

演習 5

1. $z = 0$ が 1 位の極で留数が 2, さらに $z = \infty, 1$ も極でそこでの展開の主要部がそれぞれ $z^2 + 2z, (z - 1)^{-2} + (z - 1)^{-1}$ であり, 他では正則な $\mathbb{P}^1$ 上の有理型関数 $f(z)$ が $f(-1) = 4$ を満たすとする。このような $f(z)$ を全て具体的に決定せよ ([野村, 問題 11.29])。

2. $z = 0, 1, \infty$ においてそれぞれ 1, 2, 3 位以下の極を許し, それ以外では正則な $\mathbb{P}^1$ 上の有理型関数の全体を $\mathcal{L}$ とする。 $\mathcal{L}$ はある形で得られる有理関数たち (具体的に記述せよ) のなす有限次元 $\mathbb{C}$ ベクトル空間であることを示し, さらにその次元を決定せよ。