

## 課題 VI

1.  $n$  次方程式  $f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0 = 0$  ( $a_n \neq 0$ ) は  $R > 0$  が十分大きいとき  $B(0, R) = \{|z| < R\}$  内に, 従って  $\mathbb{C}$  内に,  $n$  個の根をもつことを,  $a_n z^n$  と  $a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$  に Rouché の定理を適用することによって示せ。

2.  $D := \mathbb{C} \setminus (0 \text{ を含む負の虚軸})$  とし,  $z \in D$  に対して  $-\pi/2 < \arg z < 3\pi/2$  とする。このとき  $D$  からの写像  $f: z \in D \mapsto w = \log z$  による複素上半平面

$$\{z \in D \mid \operatorname{Im} z > 0\},$$

および開上半円板

$$\{z \in D \mid |z| < 1 \text{ かつ } \operatorname{Im} z > 0\},$$

の像をそれぞれ  $w$ -平面に適当に図示せよ。