

演習 I

1. $\frac{1}{(z-2)^2(z+3)}$ の極をその位数と留数を込めてすべて求めよ。

2. (i) $\sqrt{\cos z}$ は $z=0$ の近傍で正則であるか？

(ii) $\sqrt{\cos z}$ の $z=0$ における Laurent 展開を z^6 の項まで求めよ。

3. $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+3\cos\theta}$ の値を求めよ。

4. $0 \neq \xi \in \mathbb{R}$, $R > 0$ に対して $\pm R, \pm R + i\xi$ を 4 頂点とする長方形の周を反時計まわりする曲線を C_R とする。 $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} e^{-\pi z^2} dz$ の計算を利用して,

$$(\mathcal{F}e^{-\pi x^2})(\xi) := \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i \xi x} e^{-\pi x^2} dx$$

の値を求めよ ($\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi x^2} dx = 1$ は既知とする)。