

□ $\varepsilon > 0$ に対して, \mathbf{R}^n 上の関数 f_ε を

$$f_\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon}{|x|^{n-\varepsilon}} \quad (x \in \mathbf{R}^n \setminus \{0\})$$

により定める。($x = 0$ における値はどのように定めてもよい。 $f_\varepsilon \in L^1_{\text{loc}}(\mathbf{R}^n)$ であることに注意せよ。) このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\int_{|x| \leq 1} f_\varepsilon(x) dx = \omega_n$ を示せ。ただし, ω_n は単位球面の表面積である。

(2) 任意の $\varphi \in B^1(\mathbf{R}^n)$ に対して

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{|x| \leq 1} f_\varepsilon(x) (\varphi(x) - \varphi(0)) dx = 0$$

が成り立つことを示せ。

(3) $\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} f_\varepsilon = \omega_n \delta$ in $\mathcal{D}'(\mathbf{R}^n)$ を示せ。ただし, δ は Dirac の δ 関数である。

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること。表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること。
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること。
- ワードプロ, T E X 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること。
- レポートは次回の講義終了後に回収する。

F D 授業アンケートについて (Web ページで行う)

- アンケート期間: 1 月 1 3 日 (金) 午前 1 0 時 ~ 2 月 1 3 日 (月) 午後 7 時
- Web ページ URL: <https://fd-enquete.st.keio.ac.jp/>
- 注意: keio.jp の I D とパスワードが必要です。