

1 非負整数 n に対して, $J_n := \int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$ とおく. このとき, 以下の間に答えよ.

(1) $J_n = \frac{n-1}{n} J_{n-2}$ ($n \geq 2$) が成り立つことを示せ.

(2) J_n を求めよ.

(3) $J_{2n+1} < J_{2n} < J_{2n-1}$ ($n \geq 1$) が成り立つことを示し, (2) の結果を用いて次の Wallis (ウォリス) の公式 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n}}{\sqrt{n}} \frac{(n!)^2}{(2n)!} = \sqrt{\pi}$ を証明せよ.

2 閉区間 $I = [a, b]$ で有界な関数 f が開区間 (a, b) で連続であれば, f は I で可積分であることを教科書の定理 5.2 を用いて証明せよ.

レポート作成上の注意

- A4版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること.(学事センターにある所定の表紙を使う必要はない.) 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワープロ, T E X等は使用せず, 手書きで(丁寧な字で)作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.

休講のお知らせ

11月8日(月)の数学B3の講義は休講とします.