Research Report

KSTS/RR-88/006
18 April 1988

The TaO of TeX
Notes for the Macintosh, Part I

by

Ihsakat Aredon

Ihsakat Aredon

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
Keio University

Hiyoshi 3-14-1, Kohoku-ku
Yokohama, 223 Japan

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
Keio University

Hiyoshi 3-14-1, Kohoku-ku, Yokohama, 223 Japan

KSTS/RR-88/006
April 18, 1988

The TAO of TEX

Notes for the Macintosh

Part I

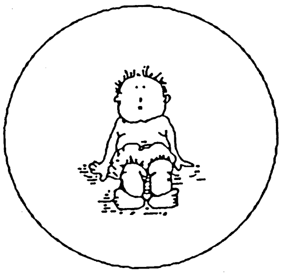
Version 0

WITH NUMEROUS EXPLICIT ILLUSTRATIONS

By Ihsakat Aredon, Ph.D.

KSTS/RR-88/006
April 18, 1988

マウス使いの達人,“新現人”におくる



新現人バッチ

KSTS/RR-88/006
April 18, 1988

序文

多分，御存知な方も多いかもしれないが，最近の話題の食べ物の中に“ハンバーグ丼”なるものがある。一言でいえば，かつ丼の“かつ”の代わりにハンバーグが御飯の上にのっているのだが，未だ，御存知でない人のために，ちょっとその作り方を御紹介することにする。用意するものは，いたって簡単で，(1) あったかい御飯，(2) キャベツのみじんぎり，(3) 少量のウスターソース＋少量のケチャップ＋（かおりづけのための）少量のマスタード，(4) ハンバーガのハンバーグなのである。忙しい現代人にとって大切なのは，お料理のショートカットであるので，(4) のハンバーグは，当然，駅前の〇〇〇ナルドという全世界を制覇しているハンバーガー屋さんで“おじさんだってハンバーガーを食べるんだぞ”と言う，一見，city boy風のそぶりで「ハンバーガーを下さい」と言って買い求めるのが最高である。間違っても，自分でハンバーグを作ろうなどど思ってはいけないのだ。調理方法は全く簡単そのもの。先ず，ほっかほかの御飯の上に，キャベツのみじんぎりを敷き詰め，その上に，電子レンジで温めたハンバーグをのせ，上から(3) のソースをかけ，丼の蓋をし，じっと食べたいのを我慢してラーメンの出来上がりを待つように3 分間待つのである。そうこうするうちに，ハンバーグ丼なるものができあがるのである。一見すると食べられそうには思えないかもしれないが，これがなかなか美味なのである。一度，おためしあれ。そうそう，残ったハンバーガのパンは，今夜の夜食（ダイエット中の人は絶対食べてはダメ）または，明日の朝食に利用するのである。

ところで，ハンバーグ丼とマッキントッシュ(Macintosh) とどんな関係があるのかと聞かれるとその関係は定かでないが，今回は，マッキントッシュで動くTexture 1.0を使ってTeX の勉強をしてみたいと思う。マッキントッシュで利用できるTeX のソフトウェアは数種類存在しているが，多分，現在では Texture 1.0がもっとも安いTeXで使い勝手もかなり良いように思われる(当然，プリビューアが付いている) 。今のところ，plain TeX だけしかサポートされていないが，近日中にAMS-TeX もサポートされる見込みである。特に，マッキントッシュの優れた点は，数式を取り扱うためのソフトウェア(通常，数式エディタと呼ばれている) がいくつか存在していることにある。通常，TeX で数式を取り扱うには，ある種の数式プログラムを書く必要があるが，このソフトウエアを使うと，モニターの画面に数式を描けば，TeX の数式に関するプログラムを生成してくれるのである。このソフトウェアを使用すれば，お料理のショートカットと同じく，煩わしい数式プログラムを書かなくてもよいことになってしまうことになる。即ち，数式プログラムのショートカットをある程度達成できるのである。今回は，Design Scienceが昨年販売したMathTypeと呼ばれる数式エディタを使用して，TeX でいろいろ遊んでみたいと思う。さらに，今回は，付録として，連分数に関する例題を多くとりあげた。

4.10，1988
著者

目次

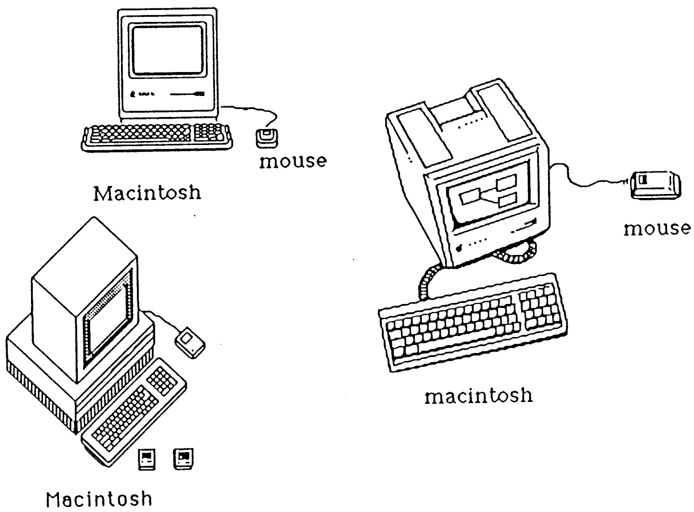
○ はじめに

マッキントッシュ (Macintosh)と言う名のパーソナル・コンピュータを御存じの方も多いと思うが，このコンピュータではほとんどのコマンドオペレーションをマウスを使って行ってしまうので，文章や絵を書いたりする以外は，ほぼキーボードに触る必要がない。一見すると，画面が多少小さめなので，使いづらい気がするのだが，使ってみるとそれほど気にならないのである。

マッキントッシュ，通称，Mac は，様々な分野で利用されており，税金(TAX) に関するソフトウエアや最近話題を集めている Hyper Card などがあるが，近ごろ，日本でも騒がれはじめたデスク・トップ・パブリッシング(Desk Top Publishing) に関しても，Page Maker, Publisher やReady Set Go! など様々なソフトウエアが利用できる。また，これらのソフトウエアのなかには，数学や物理学の論文を書くために，数式の取り扱いもできるソフトウエアが幾つか存在するのである。今回は，特に，TeX に関するものとして，Texture 1.0 と数式エディタMathTypeの使用方法について述べることにする。

Texture 1.0 は，plain TeX とほぼ全く同じといってもよいのだが，プリビューアがついており，ソースリストとその仕上がりが同じ画面の異なったウインドウで見られると言うものである。

通常，我々が Macで使用可能なワープロでは，数式を取り扱うことができない。そこで登場するのが，数式エディタMathTypeである。MathTypeは，簡単に数式を構成して，各々のワープロのソースファイルに貼りつけることができる。さらに，数式に関するTeX のソースも掃き出すことができるので，TeX の煩わしい数式入力をMathType を用いることでいくらか軽減できる可能性がある。

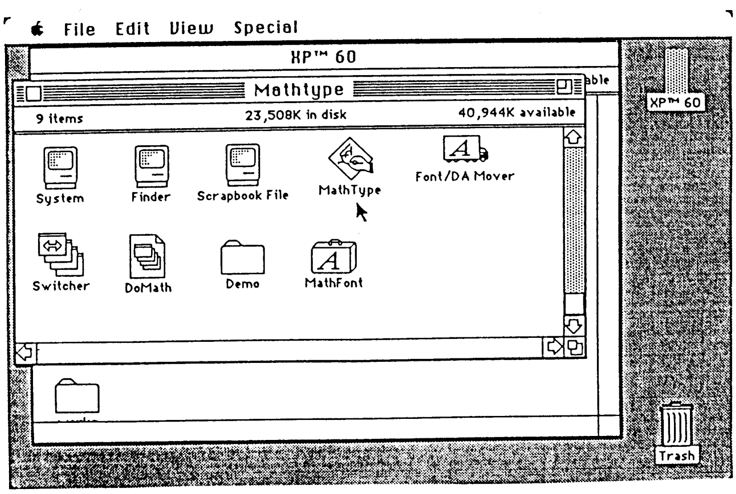


○ Mathtypeについて

現在，マッキントッシュには，様々な英文用のワープロ（MacWrite，Word 3.01，WriteNowなど）があるが，一般的に言って数式をそのまま取り扱えるものはなく，通常，文章をプリントした後に，数学記号を付け加える作業を行わなければならない。一方，MacDraw などを用いて数式を書いたり，レイアウトしたりすることは可能であるが，この目的のためにMacDraw を使用することにはあまりにも多くの時間を取られたり，難しい点もでてくるのである。

MathTypeは，上記の欠点を補うために作られたトゥールの１つであり，数式をTeXのような文章の形式で入力するのではなく，ほぼ数式そのままを入力できるようにしたものである。さらに，その数式を様々なワープロに貼りつけることが可能で，数式エディタと言うべきものである。その使用方法は，非常に簡単で，さまざまな記号スロットと指形（テンプレート）を使用して数式を構成するものである。また，数式をTeX 形式のソースプログラムにも掃き出すことができるので，TeX を使って仕事をしている人も煩わしい数式コマンドやコードを学ぶことを多少軽減できる。

〔特色〕
(1)WYSIWINGデスプレイ方式
(2)デイスクアクセッサリーまたは，スウィッチャーの応用として使用できる。
(3)MathTypeエディタで作った方程式を文章に，文章中の方程式をMathTypeエディタに相互に変換できる。
(4)35の関数名を認識して，正しいタイプフエイスで出力する。
(5)ImageWriter や LaserWriterに最適な出力を行う。
(6)数式の拡大やクローズアップのために，ズーム・コマンドがある。
(7)50個以上の⌘-keyによるショートカットが可能である。
(8)わかりやすい Undo/Redoコマンドがある。



○ MathType の基本概念

MathTypeの基本的な概念について述べる。 MathType を使用して行われる基本的なオペレーションは，MathType Window において数式を構成したり直したりすることである。数式の構成は，直観的に視覚に基づいて構成することができる。

● MathType Window

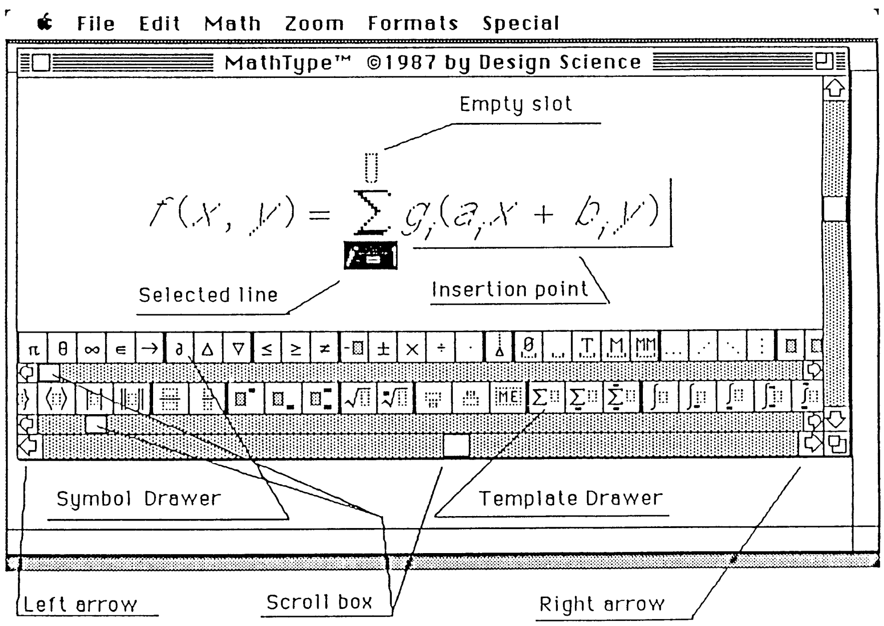
(1) Empty Slot テキストを含まないスロットは，ドットで囲まれた長方形で示される。

(2) Insertion Point テキストやテンプレートがこの次に入る。

(3) Selection エディテングコマンドによって影響をうける方程式の部分が点滅する。

(4) Symbol Drawer 入力できる記号の集合。

(5) Template Drawer 入力できるテンプレートの集合。



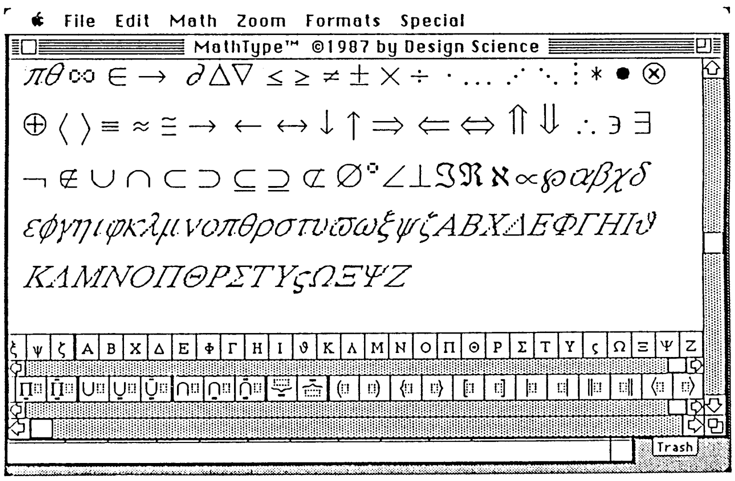
● 記号の入力(Inserting Symbols)

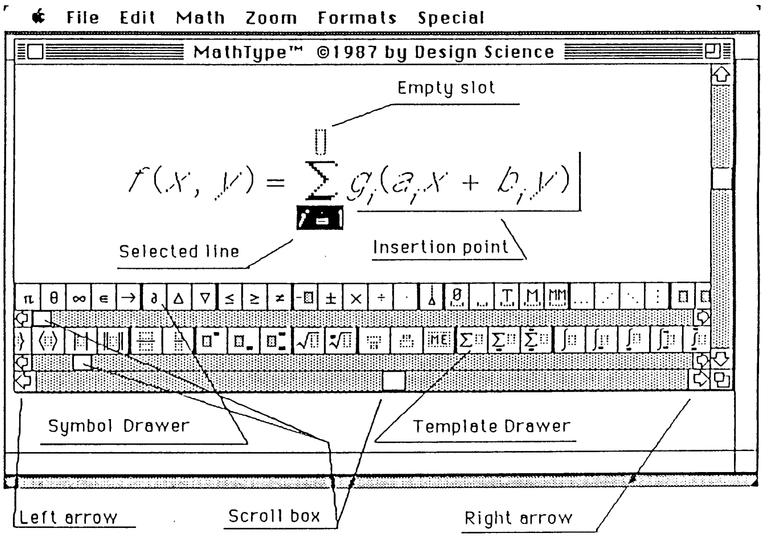
記号を入力するには，マウスを用いて，Symbol Drawer に含まれる入力したい記号のアイコン(icon)に矢印を移動し，マウスのクリックボタンを押せばよい。入力したい記号は，直ちに，Insertion Point の右側に入力される。

Drawerをスクロールすることによって，80種類以上の記号を自由に選択できる。

● テンプレートの入力(Inserting Templates)

テンプレートの入力は，上記の記号入力と全く同じに行えばよいので，複雑な数式も紙面に書くように自然に入力できる。また，記号の大きさ，添え字の大きさなどは自動的にコントロールされる。





● 入力点 (Insertion Point)の移動

数式において記号やテンプレートの入力する位置の移動は，Tab-key を押すことによって行える。また，マウスを用いて画面上の矢印を望ましい入力点に移動し，マウスのボタンをクリックするとその位置が入力点となる。

下記の４つの例は，第１列の各々の入力点においてｍを入力した場合の結果を第２列目に示している。Tab-key を繰り返し押すことにより，入力点の位置とその大きさが自動的に変化することがわかる。

$\frac{a}{uc_n}$	$\frac{a}{uc_n}$	$\frac{a}{uc_n}$	$\frac{a}{uc_n}$
$\frac{a}{umc_n}$	$\frac{a}{uc_{mn}}$	$\frac{a}{uc_n m}$	$\frac{a}{uc_n}m$

● 入力した方程式の修正

入力した方程式の修正は，方程式の全体，またはその一部分でも，いたって簡単なエディット操作で行うことができる。Mac を利用したことのある人ならば，すでに御存じのこととおもうが，エディット・メニュー(Edit Menu) の中にある Cut, Copy, Move, Paste, Justifyを用いればよい。また，数式の一部分を消去したいときは，その部分にカーソルを移動して，マウスのクリッキングによりその部分を白から黒色に変化させ，デレートキー(Delete-Key)を押せばよい。

● キーボード・ショートカット

多くの MathType のオペレーションは，Symbol Drawer やTemplate Drawer を用いなくても，簡単なコマンドを用いて入力することができる。例えば，総和記号のΣを入力するには，⌘のキーを押しながら，Ｓのキーをタイプすればよい。キーボードに熟練している人にはうってつけのものである。キーボード・ショートカットのメニューを表示するには，⌘Kをタイプするか，Math menu をクリックすればよい。

File Edit **Math** Zoom Formats Special

MathType™ keyboard shortcuts not on menus

Font of next character: ⌘-M Vectors and Matrices ⌘-G Greek
⌘-U User font #1 ⌘-Shift-U User font #2

Templates: ⌘-R ⌘-H ⌘-9 or 0 ⌘-I
⌘-L ⌘-[or] ⌘-S ⌘-F ⌘-{ or }
⌘-| ⌘-Shift-| ⌘-P ⌘-Shift-M
Shift-click on integral icon for expanding integral.
Double-click on template icon inserts template with selection in primary slot.
Option-click on template icon with template selected for template replacement.

Spaces: ⌘-1,2,3,4,5 gives respectively.

Embellishments: ⌘-0 ⌘-. ⌘->
⌘-' ⌘-" ⌘-/ ⌘-~
⌘-` ⌘-- ⌘-_

Other: ⌘-arrow key moves selection (same as Move items on Math menu)
Option-- unary minus Tab move forward to next slot
⌘-; (alignment mark) Option-Tab move backward to next slot

● 数学の省略語

MathTypeは，自動的に下記の数学記号を認識して，関数タイプフェイスに変換する。

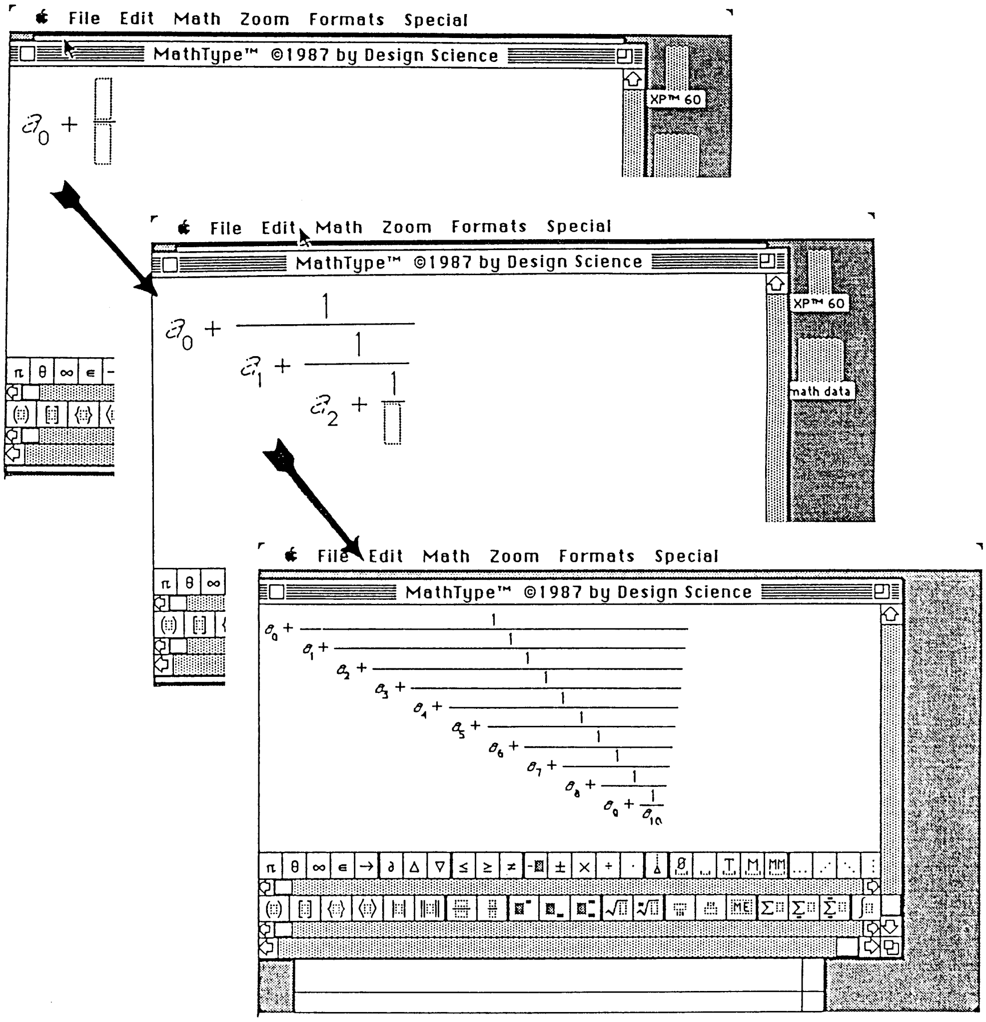
sin	cos	tan	sec	csc	cot
arcsin	arccos	arctan			
sinh	cosh	tanh	coth		
exp	ln	log			
min	max	inf	sup	glb	lub
lim	hom	ker	dim		
arg	deg	det	mod	gcd	int
Im	Re	Pr			

○ MathType を用いた簡単な例

MathType を利用して簡単な数式の構成方法について述べることにする。

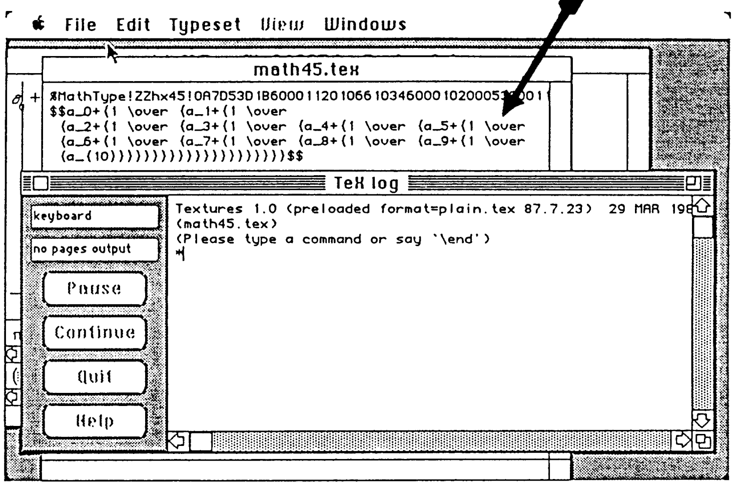
〔例１〕（連分数）

（1）MathTypeエディタによる数式の構成

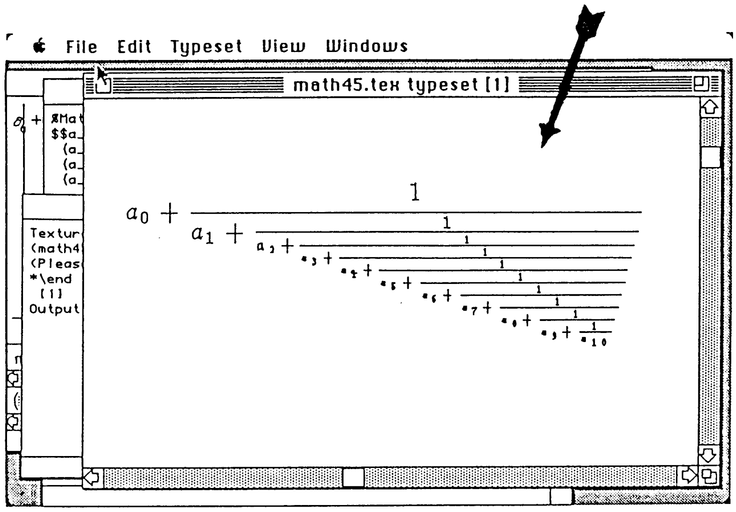


(2) MathTypeエディタからTeX の数式テキスト形式で出力したもの

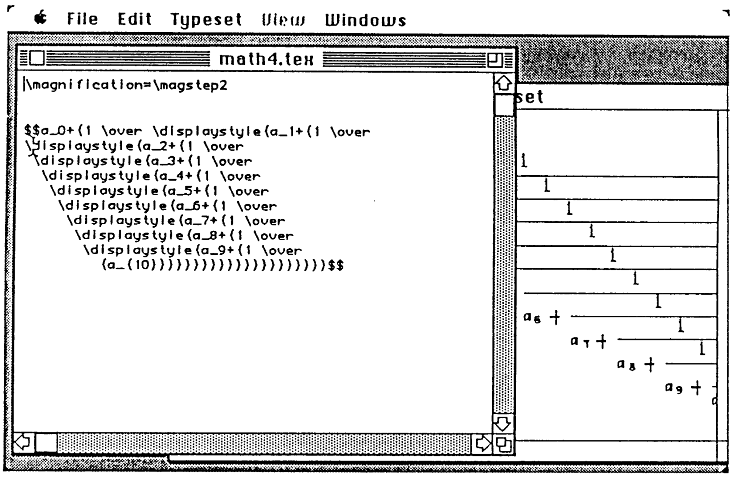
ソース・ファイル



タイプセットの出力



(3) TeXのソース・テキストを手直して，見やすい形式で出力したもの

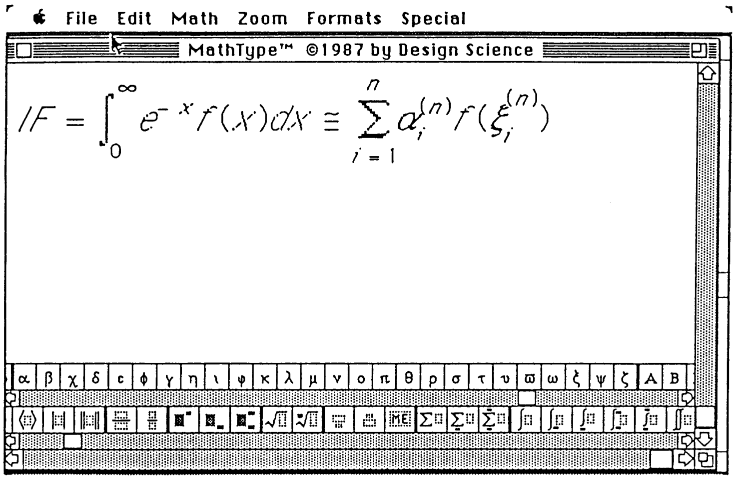


(4) TeX のタイプセットの出力例

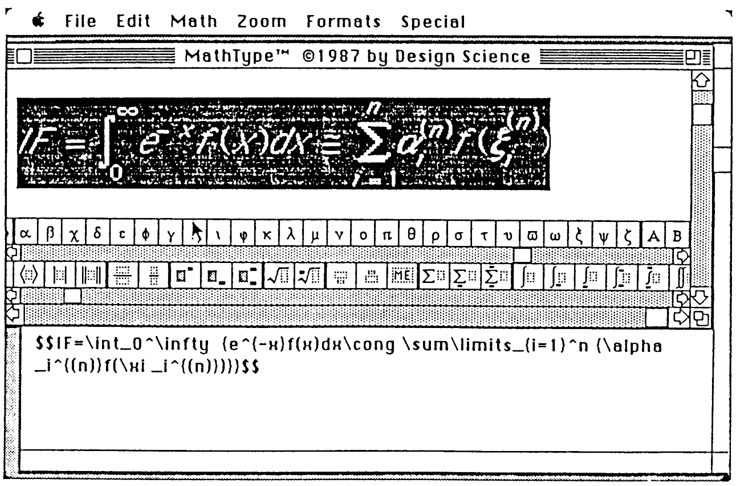
$$a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{a_3+\cfrac{1}{a_4+\cfrac{1}{a_5+\cfrac{1}{a_6+\cfrac{1}{a_7+\cfrac{1}{a_8+\cfrac{1}{a_9+\cfrac{1}{a_{10}}}}}}}}}}}$$

〔例２〕（積分と総和）

(1) MathTypeエディタによる数式の構成

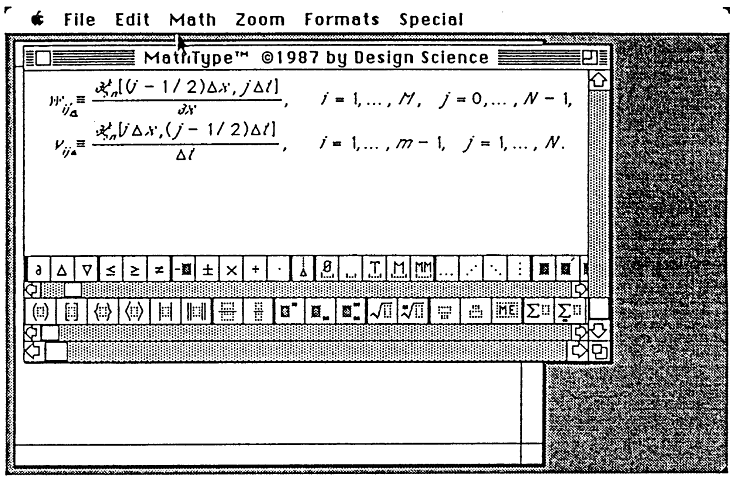


(2) MathTypeエディタからTeX の数式テキスト形式で出力したもの

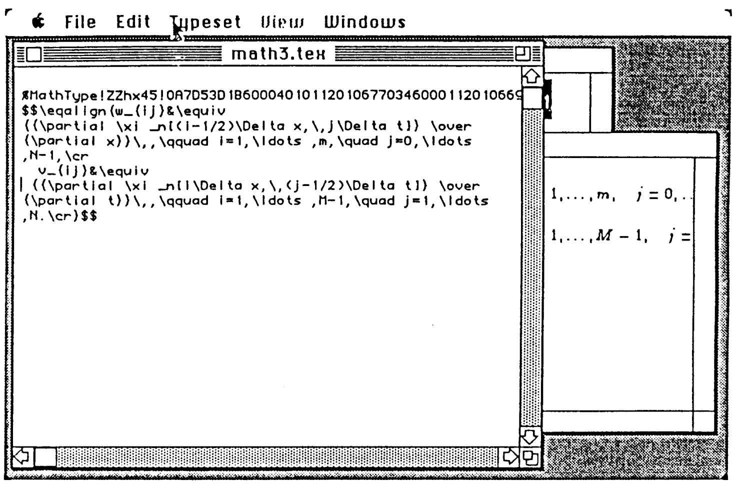


〔例 3〕（差分）

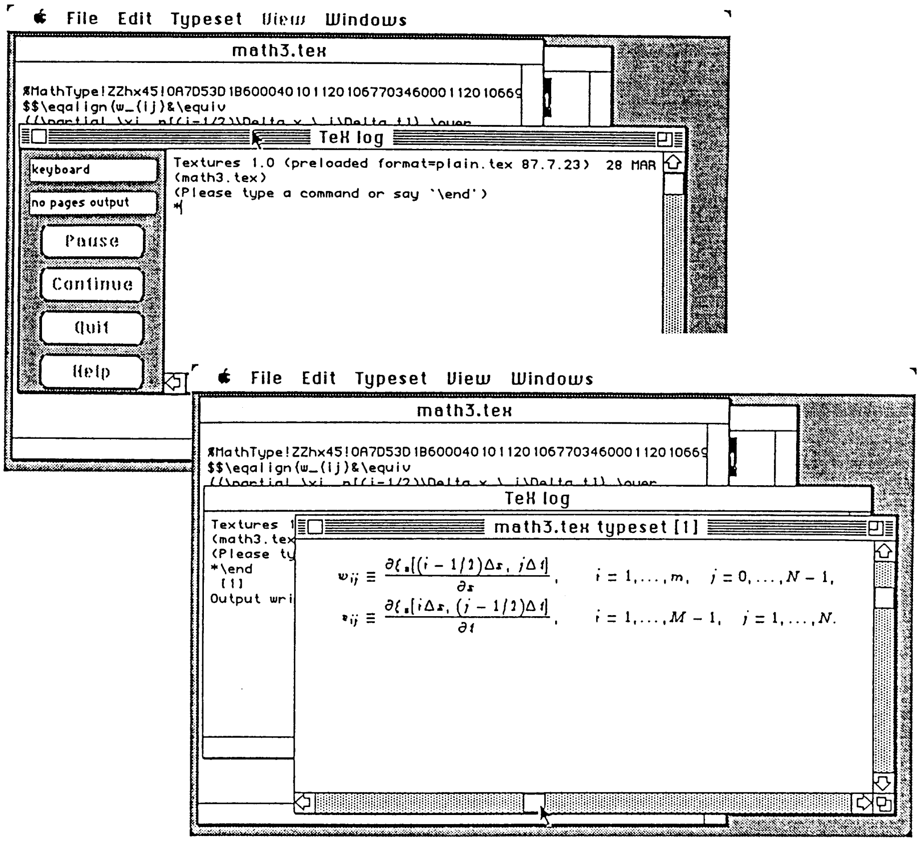
(1) MathTypeエディタによる数式の構成



(2) MathTypeエディタからTeX の数式テキスト形式で出力したもの



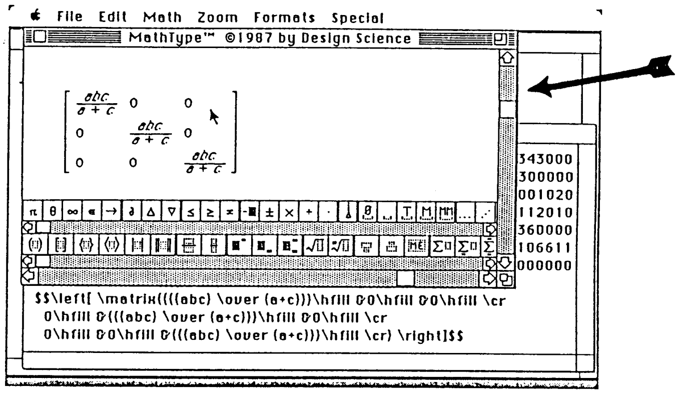
(3) TeX logとタイプセット（プリビューア）



(4) TeX のタイプセットの出力例

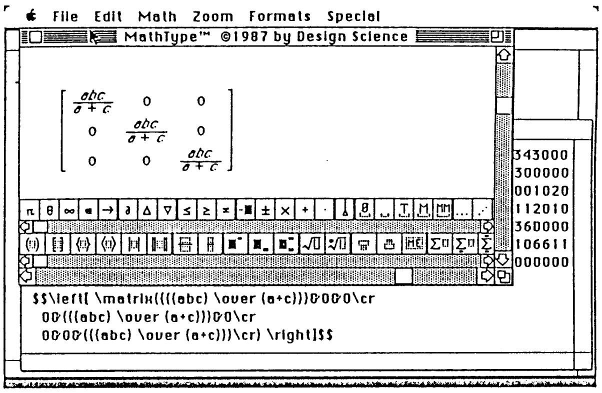
$$
\begin{aligned}
w_{ij} &\equiv \frac{\partial \xi_n[(i-1/2)\Delta x,\, j\Delta t]}{\partial x}, &\quad i &= 1,\ldots,m, &\quad j &= 0,\ldots,N-1,\\
v_{ij} &\equiv \frac{\partial \xi_n[i\Delta x,\, (j-1/2)\Delta t]}{\partial t}, &\quad i &= 1,\ldots,M-1, &\quad j &= 1,\ldots,N.
\end{aligned}
$$

〔例４〕（行列，その１）

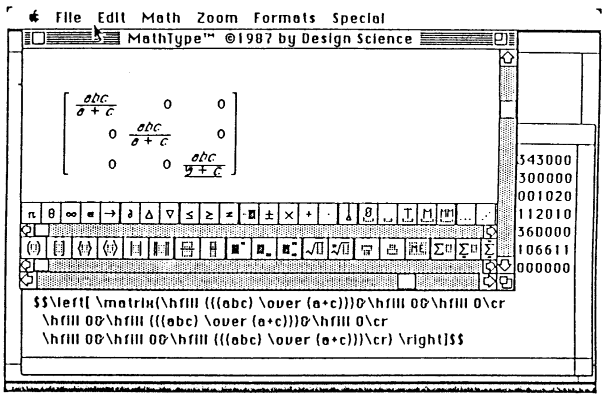


各要素を左づめ

各要素をセンタリング

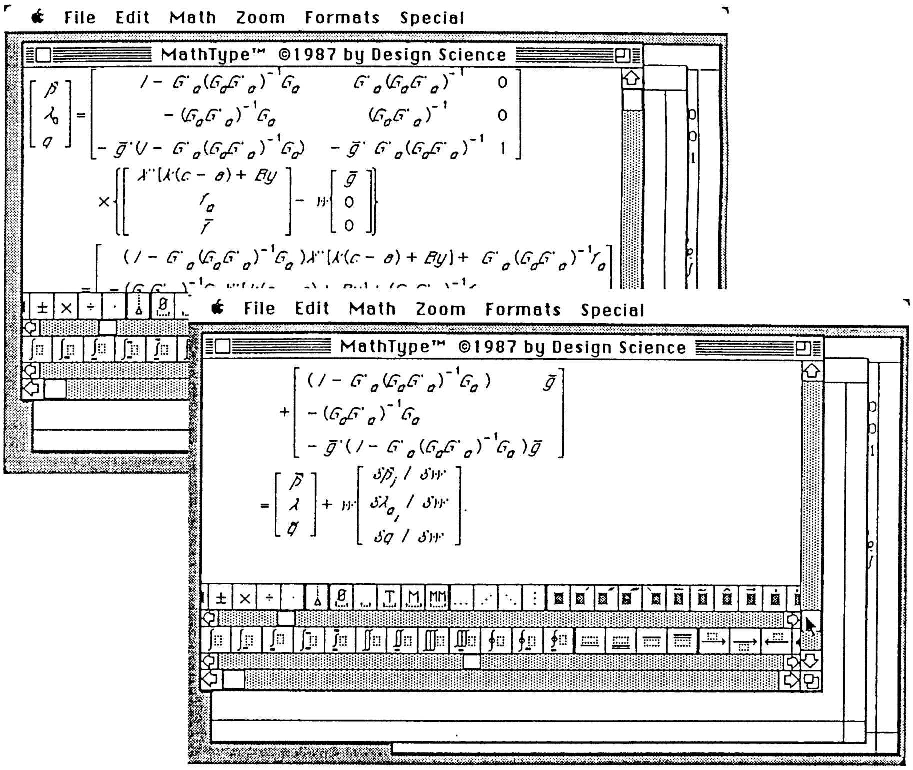


各要素を右づめ

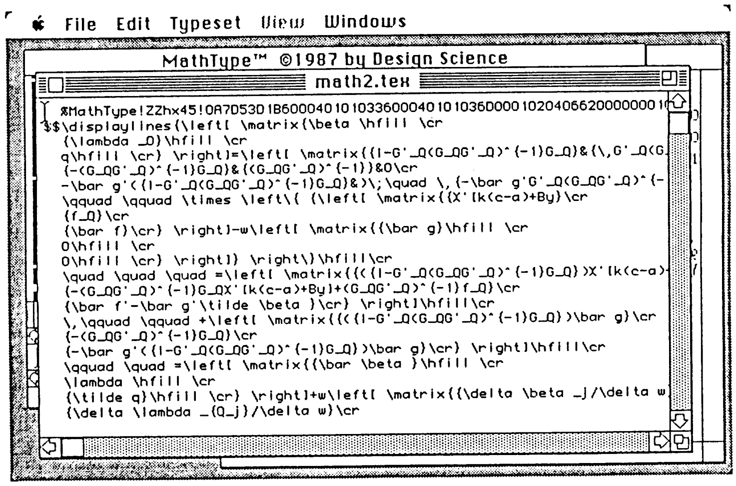


〔例5〕（行列，その2）

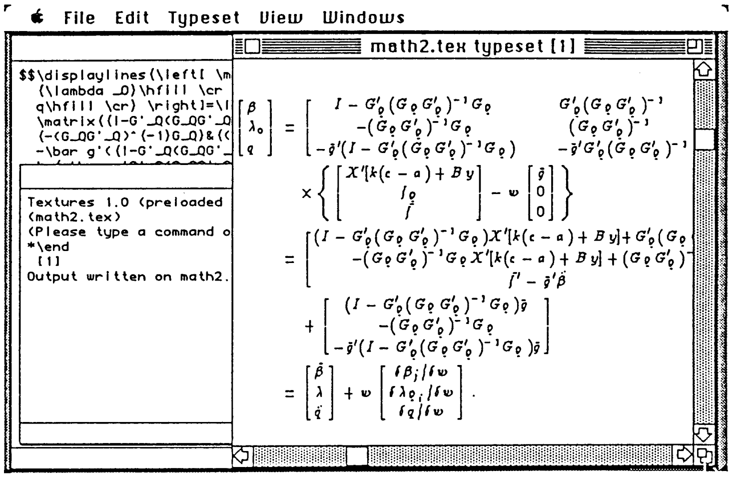
(1) MathTypeエディタによる数式の構成



(2) MathTypeエディタからTeX の数式テキスト形式で出力したもの



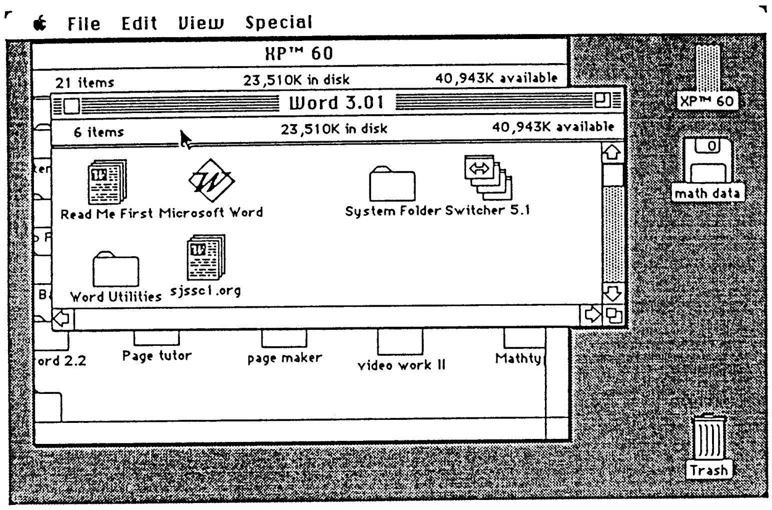
(3) タイプセット（プリビューア）



(4) TeX のタイプセットの出力例

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \beta \\ \lambda_0 \\ q \end{bmatrix}
&= \begin{bmatrix}
I - G'_Q(G_QG'_Q)^{-1}G_Q & G'_Q(G_QG'_Q)^{-1} & 0 \\
-(G_QG'_Q)^{-1}G_Q & (G_QG'_Q)^{-1} & 0 \\
-\bar{g}'(I - G'_Q(G_QG'_Q)^{-1}G_Q) & -\bar{g}'G'_Q(G_QG'_Q)^{-1} & 1
\end{bmatrix} \\
&\quad \times \left\{ \begin{bmatrix} X'[k(c-a)+By \\ f_Q \\ \bar{f} \end{bmatrix} - w \begin{bmatrix} \bar{g} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \\
&= \begin{bmatrix}
(I - G'_Q(G_QG'_Q)^{-1}G_Q)X'[k(c-a)+By]+G'_Q(G_QG'_Q)^{-1}f_Q \\
-(G_QG'_Q)^{-1}G_QX'[k(c-a)+By]+(G_QG'_Q)^{-1}f_Q \\
\bar{f}' - \bar{g}'\bar{\beta}
\end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix}
(I - G'_Q(G_QG'_Q)^{-1}G_Q)\bar{g} \\
-(G_QG'_Q)^{-1}G_Q \\
-\bar{g}'(I - G'_Q(G_QG'_Q)^{-1}G_Q)\bar{g}
\end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{\beta} \\ \lambda \\ \tilde{q} \end{bmatrix} + w \begin{bmatrix} \delta\beta_j/\delta w \\ \delta\lambda_{Q_j}/\delta w \\ \delta q/\delta w \end{bmatrix}.
\end{aligned}
$$

○ Word 3.01 (Microsoft)へ数式を貼りつけた例



下記の例は，Mathtypeを用いて数式を構成し，直接，Word 3.01 のテクスト・ファイルに数式を張りつけたものである。

2. Godunov's method. Godnunov's [1], [2] method for integrating a hyperbolic systems of conservation laws

(1) $$u_t + [f(u)]_x = 0$$

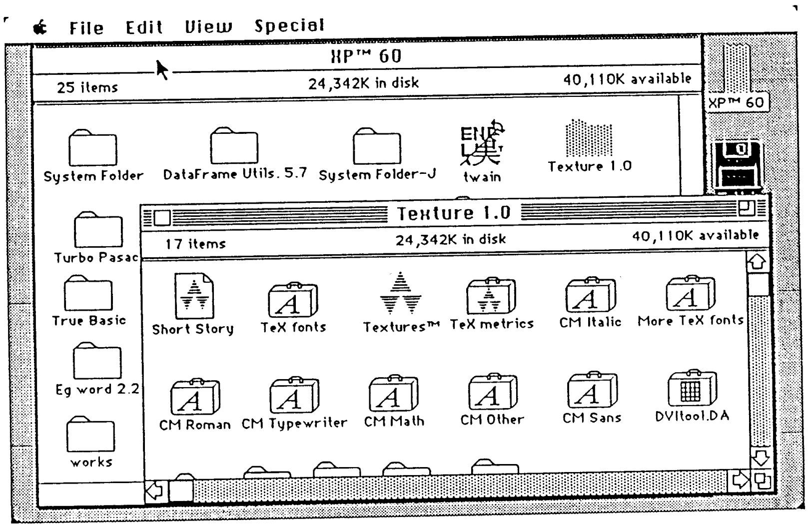
is a scheme in conservation form:

(2) $$(u_i^{n+1} - u_i^n) / \Delta t + \{F(u_i^n, u_{i+1}^n) - F(u_{i-1}^n, u_i^n)\} / \Delta x = 0$$

here u_i^n represents the average value at time $t^n = n\Delta t$ in the computational zone centered on $x_i = i\,\Delta x$. The numerical flux-function $F_G(u_i^n, u_{i+1}^n)$ in the Godunov scheme is taken to be flux value arising at $x_{i+1/2}$ in the exact solution of the initial-value problem with a piecewise uniform initial distribution

(3.1) $$u^n(x) = u_i^n, \quad x_i - \Delta x / 2 < x < x_i + \Delta x / 2.$$

○ Texture 1.0による出力例



TeX のソース・テキスト

```
\par\noindent
{\bf Abstract.}
 The Gauss-Laguerre formula is defined by
$$IF=\int_0^\infty  {e^{-x}f(x)\;dx
\cong \sum\limits_{i=1}^n
{\alpha _i^{(n)}f(\xi _i^{(n)}),}}$$
where the numbers $\alpha_{i}^{(n)}$ and $\xi_{i}^{(n)}$ are weights
and nodes. A common method of estimating the error of this rule is to
evaluate the quadrature rule for two different values of n and to then
compare the difference in the answers, Unfortunately, none of the nodes
are in common for two different quadrature rules, and so the function
must be evaluated at each separate node.\par
We investigate in this paper the addition of points to Gauss-Laguerre
rule such that the new points are real, lie in the interval of integration,
and associated weights are positive. Such rules enable one to estimate
economically the error of quadrature, because the function values at the
Gauss-Laguerre abscissae are reused. The weights and nodes for some
suitable low-order formulae are given in Table 2.\par

\end
```

〔\magstep0の出力例〕

Abstract. The Gauss-Laguerre formula is defined by

$$IF = \int_0^\infty e^{-x} f(x)\, dx \cong \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{(n)} f(\xi_i^{(n)}),$$

where the numbers $\alpha_i^{(n)}$ and $\xi_i^{(n)}$ are weights and nodes. A common method of estimating the error of this rule is to evaluate the quadrature rule for two different values of n and to then compare the difference in the answers, Unfortunately, none of the nodes are in common for two different quadrature rules, and so the function must be evaluated at each separate node.

We investigate in this paper the addition of points to Gauss-Laguerre rule such that the new points are real, lie in the interval of integration, and associated weights are positive. Such rules enable one to estimate economically the error of quadrature, because the function values at the Gauss-Laguerre abscissae are reused. The weights and nodes for some suitable low-order formulae are given in Table 2.

〔\magstep1の出力例〕

Abstract. The Gauss-Laguerre formula is defined by

$$IF = \int_0^\infty e^{-x} f(x)\, dx \cong \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^{(n)} f(\xi_i^{(n)}),$$

where the numbers $\alpha_i^{(n)}$ and $\xi_i^{(n)}$ are weights and nodes. A common method of estimating the error of this rule is to evaluate the quadrature rule for two different values of n and to then compare the difference in the answers, Unfortunately, none of the nodes are in common for two different quadrature rules, and so the function must be evaluated at each separate node.

We investigate in this paper the addition of points to Gauss-Laguerre rule such that the new points are real, lie in the interval of integration, and associated weights are positive. Such rules enable one to estimate economically the error of quadrature, because the function values at the Gauss-Laguerre abscissae are reused. The weights and nodes for some suitable low-order formulae are given in Table 2.

○ 省略記号を使った連分数

連分数は，通常，なんだんにも分数がかさなり，紙面に余裕の無い場合など，ページ内に上手く表現できなくて困ることがある。そこで，昔から省略記号を使って連分数を表記することが考案されている。しかし，TeX には省略記号を使った連分数を表すマクロは存在していない。そこで，次のようなコマンドを定義することにより，省略記号を使った連分数を表すことができる。

```
\def\contf#1#2{\displaystyle{
        {\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
            \over{\strut\vrule\hfill\;#2\hfill}}}
```

［使用例］

$$f(x) = b_0 + \cfrac{a_1}{b_1 + \cfrac{a_2}{b_2 + \cfrac{a_3}{b_3 + \cfrac{a_4}{b_4 + \cfrac{a_5}{b_5 + \ddots}}}}}$$

〔省略形〕

$$f(x) = b_0 + \frac{a_1\,|}{|\,b_1} + \frac{a_2\,|}{|\,b_2} + \frac{a_3\,|}{|\,b_3} + \frac{a_4\,|}{|\,b_4} + \frac{a_5\,|}{|\,b_5} + \cdots$$

```
\def\contf#1#2{\displaystyle{
        {\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
            \over{\strut\vrule\hfill\;#2\hfill}}}

$$
f(x)=
   b_0 +\contf{a_1}{b_1} +\contf{a_2}{b_2} +\contf{a_3}{b_3}
     +\contf{a_4}{b_4} +\contf{a_5}{b_5}+\cdots
$$
```

〔参考文献〕

[1] D.E. Knuth, The TeXbook, Addison-Wesley, 1984.
[2] 大野義夫, レイアウトの指定, bit Vol.19, No.9, pp.1257-1264 (1987).
[3] I. Aredon, The TAO of TeX, KSTS/RR-88/002, Keio Univ. (1988).
[4] I. Aredon, The TAO of TeX, Notes for Formulas Part I, KSTS/RR-88/003, Keio Univ. (1988).
[5] G.A. Allen and P.R.Topping, MathType User Manual, Design Science (1987).
[6] Kellerman and Smith, TeXture User Manual, Addison-Wesley (1987) .
[7] H.S. Wall, Analytic Theory of Continued Fractions, Chelsea Publ. Company (1948).
[8] A. Cuyt and B. Verdonk, Multivariate Reciprocal Differences for Branched Thiele Continued Fraction Expansions, J. of Computational and Applied Math. 21, pp.145-160 (1988).

KSTS/RR-88/006
April 18, 1988

連分数に関する例題

$$\displaystyle{{a_1} \over\displaystyle {b_1+z-{{a_1} \over \displaystyle{b_2+z-_{\ddots_{\displaystyle-{{a_{n-1}} \over \displaystyle{b_n+z-{{a_n} \over \displaystyle{b_{n+1}+z}}}}}}}}}}$$

```
%--------------------------------
% A sample document for AMS-TeX
%--------------------------------
%  No.1
%---------
%
$$\displaystyle{{a_1} \over\displaystyle {b_1+z-{{a_1}
      \over \displaystyle{b_2+z-_{\ddots_{
        \displaystyle-{{a_{n-1}} \over
          \displaystyle{b_n+z-{{a_n} \over
            \displaystyle{b_{n+1}+z}}}}}}}}}}$$
```

$$\displaystyle{{f_1(-z)} \over {f_2(-z)}}={{-1} \over \displaystyle{r_1z-s_1+_{\ddots _{\displaystyle{+{1 \over \displaystyle{r_nz-s_n}}}}}}}$$

```
%--------------------------------
% A sample document for AMS-TeX
%--------------------------------
%  No.2
%---------
%
$$
\displaystyle{{f_1(-z)} \over
   {f_2(-z)}}={{-1} \over
\displaystyle{r_1z-s_1+_{\ddots _{\displaystyle{+{1 \over
\displaystyle{r_nz-s_n}}}}}}}$$
```

$$\frac{Q(z)}{P(z)-Q(z)}=\cfrac{1}{c_1z+k_1+\cfrac{1}{c_2z+k_2+\cfrac{1}{c_3z+k_3+_{\quad\ddots_{\quad+\cfrac{1}{c_n+k_n}}}}}}$$

```
%--------------------------------
% A sample document for AMS-TeX
%--------------------------------
%  No.3
%---------
%
$$\displaystyle{{Q(z)} \over {P(z)-Q(z)}}={1 \over
     \displaystyle{c_1z+k_1+{1 \over
       \displaystyle{c_2z+k_2+{1 \over
         {\displaystyle{c_3z+k_3+}}_{\quad\ddots_{\quad
           \displaystyle{+{1
             \over \displaystyle{c_n+k_n}}}}}}}}}}$$
```

$$\frac{F(a,b+1,c+1;z)}{F(a,b,c;z)} = \cfrac{1}{1-\cfrac{\displaystyle\frac{a(c-b)}{c(c+1)}z}{1-\cfrac{\displaystyle\frac{(b+1)(c-a+1)}{(c+1)(c+2)}z}{1-\cfrac{\displaystyle\frac{(a+1)(c-b+1)}{(c+2)(c+3)}z}{1-\cfrac{\displaystyle\frac{(b+2)(c-a+1)}{(c+3)(c+4)}z}{1-\cfrac{\displaystyle\frac{(a+2)(c-b+2)}{(c+4)(c+5)}z}{1-_{\displaystyle\ddots}}}}}}}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.4
%----------
$${F(a,b+1,c+1;z)\over F(a,b,c;z)} =
{1 \over
\displaystyle{1-{{{\displaystyle{a(c-b)} \over
\displaystyle{c(c+1)}}z} \over
\displaystyle{1-{{{\displaystyle{(b+1)(c-a+1)} \over
\displaystyle{(c+1)(c+2)}}z} \over
\displaystyle{1-{{{\displaystyle{(a+1)(c-b+1)} \over
\displaystyle{(c+2)(c+3)}}z} \over
\displaystyle{1-{{{\displaystyle{(b+2)(c-a+1)} \over
\displaystyle{(c+3)(c+4)}}z} \over
\displaystyle{1-{{{\displaystyle{(a+2)(c-b+2)} \over
\displaystyle{(c+4)(c+5)}}z} \over
\displaystyle{1-_{\displaystyle\ddots
}}}}}}}}}}}}}$$
```

$$\frac{F(a,b+1,c+1;z)}{F(a,b,c;z)}=\cfrac{1}{1-\cfrac{a_1z}{1-\cfrac{a_2z}{1-\cfrac{a_3z}{1-_{\ddots_{-}\cfrac{a_{n-1}}{1-a_nzP_n(z)}}}}}}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
%  No.5
%-----------
%
$$\displaystyle{{F(a,b+1,c+1;z)} \over {F(a,b,c;z)}}={1
\over \displaystyle{1-{\displaystyle{a_1z} \over
\displaystyle{1-{{a_2z} \over
\displaystyle{1-{\displaystyle{a_3z} \over
\displaystyle{1-_{\ddots
_{-}\displaystyle{{a_{n-1}} \over
{1-a_nzP_n(z)}}}}}}}}}}}}$$
```

$$\log(1+z) = \cfrac{z}{1+\cfrac{1^2z}{2+\cfrac{1^2z}{3+\cfrac{2^2z}{4+\cfrac{2^2z}{5+\cfrac{3^2z}{6+_{\ddots}}}}}}}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.6
%----------
%
$$\displaystyle{\log (1+z)=\displaystyle{z \over
\displaystyle{1+{{1^2z} \over \displaystyle{2+{{1^2z} \over
\displaystyle{3+{{2^2z} \over \displaystyle{4+{{2^2z} \over
\displaystyle{5+{{3^2z} \over \displaystyle{6+_{\ddots}
}}}}}}}}}}}}}$$
```

$$(1+z)^k=\cfrac{1}{1-\cfrac{kz}{1+\cfrac{\cfrac{1\cdot(1+k)}{1\cdot 2}z}{1+\cfrac{\cfrac{1\cdot(1-k)}{2\cdot 3}z}{1+\cfrac{\cfrac{2(2+k)}{3\cdot 4}z}{1+\cfrac{\cfrac{2(2-k)}{4\cdot 5}z}{1+\cfrac{\cfrac{3(3+k)}{5\cdot 6}z}{1+_{\ddots}}}}}}}}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
%  No.7
%---------
%

$$\displaystyle{(1+z)^k={1 \over \displaystyle{1-{{kz}
\over \displaystyle{1+{{{\displaystyle{1\cdot (1+k)} \over
\displaystyle{1\cdot 2}}z} \over
\displaystyle{1+{{{\displaystyle{1\cdot (1-k)} \over
\displaystyle{2\cdot 3}}z} \over
\displaystyle{1+{{{\displaystyle{2(2+k)} \over
\displaystyle{3\cdot 4}}z} \over
\displaystyle{1+{{{\displaystyle{2(2-k)} \over
\displaystyle{4\cdot 5}}z} \over
\displaystyle{1+{{{\displaystyle{3(3+k)} \over
\displaystyle{5\cdot 6}}z} \over
\displaystyle{1+_{\ddots}}}}}}}}}}}}}}}}$$
```

$$\log \frac{z+1}{z-1} = \cfrac{2}{z - \cfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}z - \cfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}z - \cfrac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}z - \cfrac{\frac{4}{5}}{\frac{9}{5}z - _{\ddots}}}}}}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
%  No.8
%----------
%
$$\displaystyle{\log {{z+1} \over {z-1}}={2 \over
{z-{{{\textstyle{1 \over 2}}}} \over {{\textstyle{2 \over
3}}{\displaystyle z}-{{{\textstyle{2 \over 3}}}} \over
{{\textstyle{5 \over 3}}{\displaystyle z}-{{{\textstyle{3
\over 4}}}} \over {{\textstyle{7 \over
4}}{\displaystyle z}-{{{\textstyle{4 \over 5}}}} \over
{{\textstyle{9 \over 5}}{\displaystyle z}-_{\ddots
}}}}}}}}}}}}}$$
```

$$\begin{aligned}\int_0^z \frac{dt}{1+t^n} &= zF(\frac{1}{n}, 1,\ 1+\frac{1}{n}; -z^n) \\ &= \cfrac{z}{1+\cfrac{1^2z^n}{n+1+\cfrac{n^2z^n}{2n+1+\cfrac{(n+1)^2z^n}{3n+1+\cfrac{(2n)^2z^n}{4n+1+\cfrac{(2n+1)^2z^n}{5n+1+\cfrac{(3n)^2z^n}{6n+1+_{\ddots}}}}}}}}\end{aligned}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.9
%-----------
$$\eqalign{\int_0^z {{{dt} \over {1+t^n}}}&=
   zF({1 \over n},1,\,\;1+{1 \over n};-z^n\,)\cr
  &=\displaystyle{z \over {1+{\displaystyle{1^2z^n} \over
     \displaystyle{n+1+{{n^2z^n}
      \over \displaystyle{2n+1+{{(n+1)^2z^n} \over
       \displaystyle{3n+1+{{(2n)^2z^n} \over
        \displaystyle{4n+1+{{(2n+1)^2z^n} \over
         \displaystyle{5n+1+{{(3n)^2z^n} \over
          \displaystyle{6n+1+_{\ddots
            }}}}}}}}}}}}}}}\cr}$$
```

$$\begin{aligned}\frac{\arcsin z}{\sqrt{1-z^2}} &= \frac{zF(\frac12,\frac12,\frac32,z^2)}{F(\frac12,-\frac12,\frac12,z^2)}\\ &= \cfrac{z}{1-\cfrac{1\cdot 2z^2}{3-\cfrac{1\cdot 2z^2}{5-\cfrac{3\cdot 4z^2}{7-\cfrac{3\cdot 4z^2}{9-\cfrac{5\cdot 6z^2}{11-\cfrac{5\cdot 6z^2}{13-_{\ddots}}}}}}}\end{aligned}$$

```
%---------------------------
% A sample document for TeX
%---------------------------
% No.10
%----------
%
 $$\eqalign{{{\arcsin z} \over {\sqrt {1-z^2}}}&=
{{zF({\textstyle{1 \over 2}},{\textstyle{1 \over
2}},{\textstyle{3 \over 2}},z^2)} \over {F({\textstyle{1
\over 2}},-{\textstyle{1 \over 2}},{\textstyle{1 \over
2}},z^2)}}\cr
  &={z \over\displaystyle{1-{{1\cdot 2z^2} \over
  \displaystyle{3-{{1\cdot 2z^2} \over
   \displaystyle{5-{{3\cdot 4z^2}
    \over \displaystyle{7-{{3\cdot 4z^2} \over
     \displaystyle{9-{{5\cdot6z^2} \over
      \displaystyle{11-{{5\cdot 6z^2} \over
       \displaystyle{13-_{\ddots}
}}}}}}}}}}}}}}\cr}$$
```

$$\begin{aligned}{(1+z)^k-(1-z)^k \over (1+z)^k+(1-z)^k} &= kz\cdot {F({1-k \over 2},{2-k \over 2},{3 \over 2};z^2) \over F({1-k\over 2},-{k \over 2},{1 \over 2};z^2)}\\ &= {kz \over \displaystyle 1+{\displaystyle (k^2-1)z^2 \over \displaystyle 3+{\displaystyle (k^2-4)z^2 \over \displaystyle 5+{\displaystyle (k^2-9)z^2 \over \displaystyle 7+_{\ddots}}}}}\end{aligned}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.11
%--------
%
$$\eqalign{{{(1+z)^k-(1-z)^k}
   \over {(1+z)^k+(1-z)^k}}&=
    kz\cdot {{F({{1-k} \over
     2},{{2-k} \over 2},{3 \over 2};z^2)}
     \over {F({{1-k}\over 2},-{k \over 2},
     {1 \over 2};z^2)}}\cr
  &={{kz} \over \displaystyle{1+{
   \displaystyle{(k^2-1)z^2} \over
   {3+{\displaystyle{(k^2-4)z^2} \over
    \displaystyle{5+{\displaystyle{(k^2-9)z^2}\over
     \displaystyle{7+_{\ddots} }}}}}}}}\cr}$$
```

$$\tan k\theta = \frac{k\tan\theta}{1-\cfrac{(k^2-1)\tan^2\theta}{3-\cfrac{(k^2-4)\tan^2\theta}{5-\cfrac{(k^2-4)\tan^2\theta}{7-_{\ddots}}}}}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.12
%---------
%
$$\tan k\theta ={\displaystyle{k\tan \theta } \over
\displaystyle{1-{{(k^2-1)\tan ^2\theta } \over
\displaystyle{3-{{(k^2-4)\tan ^2\theta } \over
\displaystyle{5-{{(k^2-4)\tan ^2\theta } \over
\displaystyle{7-_{\ddots}}}}}}}}}$$
```

$$\begin{aligned}P(z)&=c_0+c_1z+\ldots+c_nz\\&+\cfrac{c_{n+1}z^{n+1}}{1+\cfrac{[c+(n+1)b]z}{(n+2)a+\cfrac{(b-c)z}{n+3+\cfrac{(n+2)[c+(n+2)b]z}{(n+4)a+\cfrac{2(2b-c)z}{n+5+_{\ddots}}}}}}\end{aligned}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.13
%----------
%
$$\eqalign{P(z)=c_0+c_1z+\ldots +c_nz&\cr
  +&{\displaystyle{c_{n+1}z^{n+1}} \over
\displaystyle{1+{\displaystyle{[c+(n+1)b]z} \over
\displaystyle{(n+2)a+{{(b-c)z} \over
\displaystyle{n+3+{\displaystyle{(n+2)[c+(n+2)b]z} \over
\displaystyle{(n+4)a+{{2(2b-c)z} \over
\displaystyle{n+5+_{\ddots
}}}}}}}}}}}\cr}$$
```

$$\int_0^\infty {{e^{-zu}du} \over {(\cosh u+a\sinh u)^m}}={1 \over \displaystyle{z+ma+{{m(1-a^2)} \over \displaystyle{z+(m+2)a+{\displaystyle{2(m+1)(1-a^2)} \over \displaystyle{z+(m+4)a+{\displaystyle{3(m+2)(1-a^2)} \over \displaystyle{z+(m+6)a+_{\ddots }}}}}}}}}}$$

```
%-----------------------------
% A sample document for TeX
%-----------------------------
%  No.14
%---------

$$\int_0^\infty  {{{e^{-zu}du} \over
{(\cosh u+a\sinh u)^m}}={1 \over
\displaystyle{z+ma+{{m(1-a^2)} \over
\displaystyle{z+(m+2)a+{\displaystyle{2(m+1)(1-a^2)} \over
\displaystyle{z+(m+4)a+{\displaystyle{3(m+2)(1-a^2)} \over
\displaystyle{z+(m+6)a+_{\ddots }}}}}}}}}}$$
```

$$\begin{aligned} Exp\int_0^\infty &\frac{1}{u}(1-\frac{\cosh 2au}{\cosh 2u})e^{-zu}du\\ &=1+\cfrac{(1^2-a^2)}{z^2+\cfrac{(3^2-a^2)}{1+\cfrac{(5^2-a^2)}{z^2+\cfrac{(7^2-a^2)}{1+_{\ddots}}}}} \end{aligned}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.15
%-------
%

$$\eqalign{  Exp\int_0^\infty
   &{{1 \over u}(1-{{\cosh 2au} \over {\cosh
     2u}})e^{-zu}du}\cr
     &=1+{ \displaystyle{{{(1^2-a^2)} \over
\displaystyle{z^2+{\displaystyle{(3^2-a^2)} \over
\displaystyle{1+{\displaystyle{(5^2-a^2)} \over
\displaystyle{z^2+{\displaystyle{(7^2-a^2)} \over
\displaystyle{1+_{\ddots} }}}}}}}}}}\cr}$$
```

$$\sum_{p=1}^{\infty} \frac{M_p}{1+a^p z} = \cfrac{b}{1+\cfrac{(1-b)az}{1+\cfrac{(1-a)abz}{1+\cfrac{(1-ab)a^2z}{1+\cfrac{(1-a^2)a^2bz}{1+\cfrac{(1-a^2b)a^3z}{1+\cfrac{(1-a^3)a^3bz}{1+_{\ddots}}}}}}}}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.16
%--------
%
$$\sum\limits_{p=1}^\infty {{{M_p} \over {1+a^pz}}
={b \over \displaystyle{1+{\displaystyle{(1-b)az} \over
\displaystyle{1+{\displaystyle{(1-a)abz} \over
\displaystyle{1+{\displaystyle{(1-ab)a^2z} \over
\displaystyle{1+{\displaystyle{(1-a^2)a^2bz} \over
\displaystyle{1+{\displaystyle{(1-a^2b)a^3z} \over
\displaystyle{1+{\displaystyle{(1-a^3)a^3bz} \over
\displaystyle{1+_{\ddots}}}}}}}}}}}}}}}$$
```

$${L_{2r+1}(z) \over K_{2r+1}(z)} = \cfrac{g_{p+r}^{(1)}}{z - \cfrac{\cfrac{g_{p+r}^{(2)}}{g_{p+r}^{(1)}}}{1 - \cfrac{\cfrac{g_{p+r-1}^{(3)}}{g_{p+r}^{(2)}}}{z - \cfrac{\cfrac{g_{p+r-1}^{(4)}}{g_{p+r-1}^{(3)}}}{1- {\ddots}_{\displaystyle - \cfrac{\cfrac{g_{p+1}^{(2r-1)}}{g_{p+2}^{(2r-2)}}}{z - \cfrac{\cfrac{g_{p+1}^{(2r)}}{g_{p+1}^{(2r-1)}}}{1-}}}}}}}$$

```
%---------------------------
% a sample document for TeX
%---------------------------
% No.17
%---------
%
$${{L_{2r+1}(z)} \over {K_{2r+1}(z)}}=
{\displaystyle{g_{p+r}^{(1)}} \over
\displaystyle{z-{{{\displaystyle{g_{p+r}^{(2)}} \over
\displaystyle{g_{p+r}^{(1)}}}} \over
\displaystyle{1-{{{\displaystyle{g_{p+r-1}^{(3)}} \over
\displaystyle{g_{p+r}^{(2)}}}} \over
\displaystyle{z-{{{\displaystyle{g_{p+r-1}^{(4)}} \over
\displaystyle{g_{p+r-1}^{(3)}}}} \over
\displaystyle{1-_{\ddots
_{\displaystyle -{{{\displaystyle{g_{p+1}^{(2r-1)}} \over
\displaystyle{g_{p+2}^{(2r-2)}}}} \over
\displaystyle{z-{{{\displaystyle{g_{p+1}^{(2r)}} \over
\displaystyle{g_{p+1}^{(2r-1)}}}} \over 1-}}}}}}}}}}}}$$
```

$$\begin{aligned} f(x):&\\ &\quad \phi[x_0]=f(x_0),\\ &\quad \phi[x_0]=\frac{x_l-x_{l-1}}{\phi_{l-1}[x_0,\ldots,x_{l-2},x_l]-\phi_{l-1}[x_0,\ldots,x_{l-1}]},\quad l\ge 1,\end{aligned}$$

then it is well-known that the continued fraction (CF)

$$\phi_0[x_0]+\sum_{l=1}^{\infty}\frac{x-x_{l-1}\ \Big|}{\Big|\ \phi_l[x_0,\ldots,x_l]}$$

is a Thiele interpolating CF for $f(x)$.

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.18
%-------
%
%----------------------------------------------------------
% define continued fraction
%-------------------------------
\def\contf#1#2{\displaystyle{
       \displaystyle{\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
           \over{\displaystyle{\strut\hfill\vrule\;#2}}}}
%----------------------------------------------------------
%
$$\eqalign{f(x):&\cr
  &\quad \phi [x_0]=f(x_0),\cr
  &\quad \phi [x_0]={{x_l-x_{l-1}}
 \over {\phi _{l-1}[x_0,\ldots ,x_{l-2},x_l]-\phi
    _{l-1}[x_0,\ldots ,x_{l-1}]}},\quad l\ge 1,\cr}$$
then it is well-known that the continued fraction (CF)
$$
\phi_0[x_0] + \sum_{l=1}^\infty\contf{x-x_{l-1}}
    {\phi_l[x_0,\ldots,x_l]}
$$
is a Thiele interpolating CF for $f(x)$.
```

$$\begin{aligned} f(x,y) = \phi_{00}[x_0][y_0] &+ \sum_{l=0}^{\infty} \frac{x - x_{l-1} \;\Big|}{\Big|\; \phi_{l0}[x_0, \ldots x_l][y_0]} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{y - y_{l-1} \;\Big|}{\Big|\; \phi_{l0}[x_0][y_0, \ldots, y_l]} \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x - x_{k-1})(y - y_{k-1})}{B_k(x,y)} \end{aligned}$$

with

$$\begin{aligned} B_k(x,y) =& \phi_{kk}[x_0, \ldots, x_k][y_0, \ldots, y_k] + \sum_{l=k+1}^{\infty} \frac{x - x_{l-1} \;\Big|}{\Big|\; \phi_{lk}[x_0, \ldots, x_l][y_0, \ldots, y_l]} \\ &\quad + \sum_{l=k+1}^{\infty} \frac{y - y_{l-1} \;\Big|}{\Big|\; \phi_{kl}[x_0, \ldots, x_k][y_0, \ldots, y_l]} \end{aligned}$$

```
%-----------------------------
% A sample document for TeX
%-----------------------------
% No.19
%-------
%
\def\contf#1#2{\displaystyle{
             {\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
                       \over{\strut\vrule\hfill\;#2\hfill}}}

$$\eqalign{f(x,y)=\phi _{00}[x_0][y_0]&+
   \sum\limits_{l=0}^\infty  {\contf{x-x_{l-1}} {\phi
    _{10}[x_0,\ldots x_l][y_0]}+\sum\limits_{l=1}^\infty
    {{\contf{y-y_{l-1}} {\phi _{10}[x_0][y_0,
     \ldots,y_l]}}}}}\cr
       &+\sum\limits_{k=1}^\infty
        {{{(x-x_{k-1})(y-y_{k-1})}
          \over {B_k(x,y)}}}\cr}$$
with
$$\eqalign{
B_k(x,y)=&\phi_{kk}[x_0,\ldots,x_k][y_0,\ldots,y_k]
   +\sum_{l=k+1}^\infty\contf{x-x_{l-1}}{\phi_{lk}[x_0,
     \ldots,  x_l][y_0,\ldots, y_l]}\cr
   &\quad +\sum_{l=k+1}^\infty\contf{y-y_{l-1}}{\phi_{kl}[x_0,
      \ldots, x_k][y_0,\ldots, y_l]}\cr}$$
```

The expression (6) then becomes

$$\begin{aligned}
f(x,y) =&\phi_{00}(u,v) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{x-u\ \Big|}{\Big|\ \phi_{l0}(u,v)} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{y-v\ \Big|}{\Big|\ \phi_{0l}(u,v)} \\
&\quad + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-u)(y-v)\ \Big|}{\Bigg|\ \phi_{kk}(u,v) + \displaystyle\sum_{l=k+1}^{\infty} \frac{x-u\ \Big|}{\Big|\ \phi_{lk}(u,v)} + \displaystyle\sum_{l=k+1}^{\infty} \frac{y-v\ \Big|}{\Big|\ \phi_{kl}(u,v)}}.
\end{aligned}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No.20
%--------
%
\def\contf#1#2{\displaystyle{
            {\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
                      \over{\strut\vrule\hfill\;#2\hfill}}}

The expression (6) then becomes
$$\eqalign{
f(x,y)=&\phi_{00}(u,v) + \sum_{l=1}^\infty
   \contf{x-u}{\phi_{l0}(u,v)} + \sum_{l=1}^\infty
     \contf{y-v}{\phi_{0l}(u,v)}\cr
 &\quad +\sum_{k=1}^\infty\contf{(x-u)(y-v)}
   \phi_{kk}(u,v)+\displaystyle{\sum_{l=k+1}^\infty
     \contf{x-u}{\phi_{lk}(u,v)}}+
     \displaystyle{\sum_{l=k+1}^\infty
         \contf{y-v}{\phi_{kl}(u,v)}}}.\cr}
$$
```

Let us introduce the notations

$$
\begin{aligned}
g_k(x) &= \sum_{l=k+1}^{\infty} \frac{x-u \;\Big|}{\Big|\; \phi_{lk}(u,v)}, \quad k \ge 0, \\
h_k(y) &= \sum_{l=k+1}^{\infty} \frac{y-v \;\Big|}{\Big|\; \phi_{kl}(u,v)}, \quad k \ge 0, \\
f_0(x,y) &= f(x,y) - \phi_{00}(u,v) - g_0(x) - h_0(y).
\end{aligned}
$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No. 21
%---------
%
\def\contf#1#2{\displaystyle{
            {\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
                     \over{\strut\vrule\hfill\;#2\hfill}}}


Let us introduce the notations
$$\eqalign{
g_k(x) &=\sum_{l=k+1}^\infty\contf{x-u}{\phi_{lk}(u,v)},
  \quad k\ge 0,\cr
h_k(y) &= \sum_{l=k+1}^\infty\contf{y-v}{\phi_{kl}(u,v)},
  \quad k\ge 0, \cr
f_0(x,y)&=f(x,y)-\phi_{00}(u,v)-g_0(x)-h_0(y).\cr}
$$
```

In this way

$$\begin{aligned} f_0(x,y) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-y)(y-v) \quad\Big|}{\Big|\ \phi_{kk}(u,v)+g_k(x)+h_k(y)} \\ &= \sum_{i,j=1}^{\infty} c_{ij}^{(0)}(x-y)^i(y-v)^j. \end{aligned}$$

```
%-----------------------------
% A sample document for TeX
%-----------------------------
% No. 22
%---------
%
\def\contf#1#2{\displaystyle{
            {\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
                     \over{\strut\vrule\hfill\;#2\hfill}}}
\par\noindent
In this way
$$\eqalign{
f_0(x,y)  &=\sum_{k=1}^\infty\contf{(x-y)(y-v)}
  {\phi_{kk}(u,v)+g_k(x)+h_k(y)} \cr
  & =\sum_{i,j=1}^\infty c_{ij}^{(0)}(x-y)^i(y-v)^j.\cr}
$$

\end
```

Applying the univariante formulas (5) to the sequences

$$\begin{aligned}
g_0(x) &= x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \cdots,\\
g_1(x) &= -\frac{1}{2}x + \frac{1}{12}x^2 + 0x^3 + \cdots,\\
g_2(x) &= \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}x^2 + \cdots,
\end{aligned}$$

we obtain the BCF expansion for e^{x+y}:

$$\begin{aligned}
1 &+ \Big(\frac{x\,\rvert}{\lvert 1} + \frac{x\,\rvert}{\lvert -2} + \frac{x\,\rvert}{\lvert -3} + \cdots\Big) + \Big(\frac{y\,\rvert}{\lvert 1} + \frac{y\,\rvert}{\lvert -2} + \frac{y\,\rvert}{\lvert -3} + \cdots\Big)\\
&+ \frac{xy\,\rvert}{\lvert 1 + \Big(\frac{x\,\rvert}{\lvert -2} + \frac{x\,\rvert}{\lvert -3} + \frac{x\,\rvert}{\lvert 2} + \cdots\Big) + \Big(\frac{y\,\rvert}{\lvert -2} + \frac{y\,\rvert}{\lvert -3} + \frac{y\,\rvert}{\lvert 2} + \cdots\Big)}\\
&+ \frac{xy\,\rvert}{\lvert 4 + \Big(\frac{x\,\rvert}{\lvert 3/2} + \frac{x\,\rvert}{\lvert -4} + \cdots\Big) + \Big(\frac{y\,\rvert}{\lvert 3/2} + \frac{y\,\rvert}{\lvert -4} + \cdots\Big)} + \cdots.
\end{aligned}$$

```
%----------------------------
% A sample document for TeX
%----------------------------
% No. 23
%--------
%
\def\contf#1#2{\displaystyle{
            {\strut\hfill#1\;\hfill\vrule}
                     \over{\strut\vrule\hfill\;#2\hfill}}}

\par\noindent
Applying the univariante formulas (5) to the sequences
$$\eqalign{
g_0(x) &=x + {1 \over 2}x^2 + {1\over 6}x^3 +\cdots,\cr
g_1(x) &=-{1\over2}x +{1\over 12}x^2 + 0x^3 +\cdots, \cr
g_2(x) &={2\over3}x + {1\over 9}x^2 +\cdots, \cr}
$$
we obtain the BCF expansion for $e^{x+y}$:
$$\eqalign{
 1& + {(\contf x1 +\contf x{-2} +\contf x{-3}+\cdots)
    + (\contf y{1} + \contf y{-2} +\contf y{-3}
    +\cdots )}\cr
  & + {\contf{xy}{1+(\contf{x}{-2}+\contf{x}{-3}+\contf{x}{2}
    +\cdots ) + (\contf{y}{-2}+\contf{y}{-3}+\contf{y}{2}+
     \cdots )}}\cr
  & + {\contf{xy}{4+(\contf{x}{3/2}+\contf{x}{-4}+\cdots )
    + (\contf{y}{3/2}+\contf{y}{-4}+\cdots )}}+\cdots.\cr}
$$
```