

目次：以下は分割の為リンクは不可。リンク付きの全体の目次は、[ここ](#)をクリック。

第 1 章	ファインマンの問い掛けに答える	1
1.1	未来の統計学	2
1.1.1	序	2
1.1.2	科学哲学序説	3
1.1.3	事の発端はハイゼンベルグの不確定性原理の発見	3
1.1.4	量子力学の解釈問題から量子言語へ	4
1.1.5	未来の統計学	6
1.2	「量子言語の概要」の概要	7
第 2 章	量子言語の概要	10
2.1	万能の呪文 (ほぼ「統計学 ~ 量子言語」と思え)	10
2.1.1	万能の呪文	10
2.1.2	物理学と統計学	11
2.1.3	量子力学と統計学は、かなり似ている	12
2.1.4	「考え方 (=思考の形式)」では漠然的すぎるから「言語」としよう	13
2.1.5	量子言語の分類	14
2.2	量子言語の構造 (測定と因果関係)	16
2.2.1	言語的科学観 (「初めに、言葉ありき」)	16
2.2.2	量子言語の構造	17
2.3	量子言語解釈 (=言語的コペンハーゲン解釈)	20
2.3.1	量子言語解釈	20
2.3.2	デカルト関式 (量子言語解釈の基本関式)	21
2.3.3	量子言語解釈 $[(E_1)-(E_8)]$	22
2.3.4	念のために、繰り返す一言霊信仰	24
2.4	デカルト=カントの二元論的観念論 (哲学者もちゃんと考えていた)	27
2.5	熱いか冷たいか	32
第 3 章	言語ルール 1 — 測定	34
3.1	量子言語の基本構造 $[A \subseteq \bar{A} \subseteq B(H)]$; 一般論	34
3.1.1	ヒルベルト空間と作用素代数	34
3.1.2	量子言語の基本構造 $[A \subseteq \bar{A} \subseteq B(H)]$; 一般論	35
3.1.3	基本構造 $[A \subseteq \bar{A} \subseteq B(H)]$ と状態空間; 一般論	35
3.2	量子系の基本構造 $[\mathcal{C}(H) \subseteq B(H) \subseteq B(H)]$ と状態空間;	37
3.2.1	量子系の基本構造 $[\mathcal{C}(H) \subseteq B(H) \subseteq B(H)]$;	37
3.2.2	量子系の基本構造 $[\mathcal{C}(H) \subseteq B(H) \subseteq B(H)]$ と状態空間;	39

3.3	古典系の基本構造 [$C_0(\Omega) \subseteq L^\infty(\Omega, \nu) \subseteq B(L^2(\Omega, \nu))$]	41
3.3.1	古典系の基本構造 [$C_0(\Omega) \subseteq L^\infty(\Omega, \nu) \subseteq B(L^2(\Omega, \nu))$]	41
3.3.2	量子言語の基本構造 [$C_0(\Omega) \subseteq L^\infty(\Omega, \nu) \subseteq B(L^2(\Omega, \nu))$] と状態空間; 古典系	44
3.4	状態と観測量—第一次性質と第二次性質—	46
3.5	観測量 (=測定器)	48
3.5.1	二元論と共役空間	48
3.5.2	観測量の定義	48
3.6	観測量の例	50
3.7	システム量—観測量の原型	54
3.8	言語ルール 1 —測定なくして科学なし	57
3.8.1	本質的連続	57
3.8.2	言語ルール 1	58
3.9	古典測定の簡単な例 (壺問題等)	63
3.9.1	言語的科學観—人間の言語能力の驚異	63
3.9.2	基本的な例—壺問題等	63
3.10	簡単な量子測定 (シュテルン=ゲルラッハの実験)	69
3.10.1	シュテルン=ゲルラッハの実験	69
3.11	簡単な量子測定 (ド・ブロイのパラドックス)	71
3.11.1	$B(L^2(\mathbb{R}))$ 内のド・ブロイのパラドックス	71
3.11.2	ド・ブロイのパラドックスの $B(\mathbb{C}^2)$ 版	73
第 4 章	言語的コペンハーゲン解釈	75
4.1	言語コペンハーゲン解釈	75
4.1.1	量子言語解釈 (=言語コペンハーゲン解釈)	75
4.1.2	デカルト図式 (量子言語解釈の基本図式)	76
4.1.3	量子言語解釈 [(E ₁)-(E ₈)]	77
4.2	テンソル作用素代数	80
4.2.1	テンソルヒルベルト空間	80
4.2.2	テンソル基本構造	82
4.3	量子言語解釈—測定は一回だけ	83
4.3.1	復習	83
4.3.2	「観測量 (測定器) は一つだけ」と同時測定	86
4.3.3	「状態は一つで不動」と擬積観測量	89
4.3.4	「状態は一つだけ」と並行測定	92
第 5 章	言語コペンハーゲン解釈 (主に量子系)	97
5.1	測定理論の中のコルモゴロフの拡張定理	97
5.2	測定理論の大数の法則	99
5.2.1	無限並行測定 $\bigotimes_{k=1}^{\infty} M_{\mathcal{A}}(\widehat{O} = (X, \mathcal{F}, F), S_{[\rho]})$ のサンプル確率空間	99
5.2.2	標本平均, 標本分散, 不偏分散	101
5.3	ハイゼンベルグの不確定性原理	104
5.3.1	ハイゼンベルグの不確定性原理は何故有名なのか?	104

5.3.2	ハイゼンベルグの不確定性原理の数学的定式化	105
5.3.3	期待値一致条件がない場合	108
5.4	EPR-パラドックスと超光速	111
5.4.1	EPR-パラドックス	111
5.5	ベルの不等式 (1966 年)	114
5.5.1	悩むのはやめよう (Stop being bothered)	116
第 6 章	フィッシャー統計学 I	118
6.1	言語ルール 1(測定とは何か?) の復習	118
6.2	統計学とは, 壺問題のとなり	120
6.2.1	母集団 (=システム) ↔ 状態	120
6.2.2	正規分布とスチューデントの t 分布	121
6.3	フィッシャーはボルンの逆を考えた	123
6.3.1	推定問題—金の鉱脈の探索や天気の予測等	123
6.3.2	フィッシャーの最尤法 (測定理論における)	123
6.4	フィッシャーの最尤法とモーメント法	129
6.4.1	フィッシャーの最尤法の例	129
6.4.2	人為的だが, 役に立つモーメント法	132
6.5	モンティ・ホール問題—高校生パズル—	138
6.6	二つの封筒問題—高校生パズル—	141
6.6.1	問題 (二つの封筒問題)	141
6.6.2	(P1):二つの封筒問題の解答	141
第 7 章	信頼区間と仮説検定	143
7.1	量子言語 (言語ルール 1) の復習	143
7.1.1	量子言語 (言語ルール 1) の復習	143
7.1.2	フィッシャーの最尤法の復習	145
7.2	信頼区間法と統計的仮説検定の逆関係	147
7.2.1	信頼区間法	147
7.2.2	統計的仮説検定	148
7.3	信頼区間法と統計的仮説検定の例	151
7.3.1	正規測定の母平均の信頼区間法と統計的仮説検定	151
7.3.2	正規測定の母分散の信頼区間法と統計的仮説検定	157
7.3.3	二つの正規測定の母平均の差の信頼区間法と統計的仮説検定	162
7.3.4	同時正規測定の母平均の信頼区間法と統計的仮説検定 (スチューデント t -分布)	166
第 8 章	分散分析の基礎	170
8.1	零元配置分散分析 (スチューデント t -分布)	170
8.2	一元配置分散分析	174
8.3	二元配置分散分析	178
8.3.1	設定	178
8.3.2	帰無仮説: $\mu_{1\cdot} = \mu_{2\cdot} = \dots = \mu_{a\cdot} = \mu_{\cdot\cdot}$	178

8.3.3	帰無仮説: $\mu_{\cdot 1} = \mu_{\cdot 2} = \cdots = \mu_{\cdot b} = \mu_{\cdot \cdot}$	182
8.3.4	帰無仮説: $(\alpha\beta)_{ij} = 0$ ($\forall i = 1, 2, \dots, a, j = 1, 2, \dots, b$)	182
8.4	補遺 (ガウス積分の公式)	186
8.4.1	正規分布、 χ 二乗分布、スチューデントの t -分、 F -分布	186
第 9 章	実践論理—三段論法を信じますか?—	188
9.1	擬積観測量と辺観測量	188
9.1.1	擬積観測量の復習	188
9.2	擬積観測量の制約条件	193
9.3	含意—「ならば」の定義	196
9.3.1	含意と対偶	196
9.4	コギト命題「我思う、故に我あり」を疑う	198
9.5	結合観測量—測定は一回だけ—	200
9.5.1	結合観測量—観測量は一つだけ	200
9.5.2	ベルの不等式再考	202
9.6	実践三段論法—ソクラテスは死ぬか?	204
9.6.1	実践三段論法とその変則形	204
第 10 章	混合測定理論—ベイズ統計学	209
10.1	混合測定理論—ベイズ統計学	209
10.1.1	混合型言語ルール 1 を丸暗記せよ	209
10.1.2	復習 [3.1 節-3.3 節]:基本構造と状態空間 (量子系と古典系)	211
10.2	混合測定の練習・演習	214
10.2.1	混合型言語ルール 1 を丸暗記したら, 練習・演習を繰り返そう	214
10.3	ベイズ統計とは、ベイズの定理を使うこと	218
10.4	モンティ・ホール問題 (主観確率など無い: 未解決問題)	222
10.4.1	問題 6.13 の復習: 純粋測定によるモンティ・ホール問題	222
10.4.2	混合測定によるモンティ・ホール問題	223
10.5	モンティ・ホール問題 (等確率の原理)	225
10.5.1	等重率—最も簡単で有名な未解決問題	225
10.6	三囚人のパラドックス	227
10.6.1	皇帝がサイコロ投げで恩赦者を決めたとき	227
10.6.2	皇帝が熟考して恩赦者を決めたとき	229
10.6.3	ジャンケンで質問者を決めるとき	231
10.7	平均情報量 (エントロピー) —目撃情報の価値	233
10.8	ベルトランのパラドックス (「ランダム」は見方次第)	236
10.8.1	ベルトランのパラドックス (「ランダム」は見方次第)	236
10.8.2	立場 [I]: 円周 C から取った無作為な点を通る無作為な弦 (メトロノーム的立場)	237
10.8.3	立場 [II]: 円周 C 上の無作為な点と円の中心を結ぶ直線と直交する無作為な弦 (往復運動的立場)	239
10.8.4	立場 [III]: 円板 \bar{C} 内に雨が降る (降雨量の立場)	241
10.8.5	まとめ	242

10.9	フィッシャー統計：モンティホール問題 [三囚人の問題]	244
10.9.1	フィッシャー統計：モンティホール問題 [resp. 三囚人の問題]	244
10.9.2	フィッシャー統計による解答：モンティホール問題 [resp. 三囚人の問題]	245
10.10	ベイズ統計：モンティホール問題 [三囚人の問題]	248
10.10.1	ベイズ統計：モンティホール問題 [resp. 三囚人の問題]	248
10.10.2	ベイズ統計による解答：モンティホール問題 [resp. 三囚人の問題]	249
10.11	等確率の原理：モンティホール問題 [三囚人の問題]	252
10.12	サンクトペテルスブルクの二つの封筒問題	254
10.12.1	問題 2 (サンクトペテルスブルクの二つの封筒問題)	254
10.12.2	(P2): サンクトペテルスブルクの二つの封筒問題: 古典混合測定	254
第 11 章 言語ルール 2 —因果関係		256
11.1	未解決問題—因果関係とは、何か？	256
11.1.1	「因果関係」の発見によって、近代科学が始まった	256
11.1.2	「因果関係とは、何か？」に対する 4 つの解答	258
11.2	因果関係—火の無いところに、煙は立たない	261
11.2.1	ハイゼンベルグ描像とシュレーディンガー描像	261
11.2.2	簡単な例—有限状態空間ならば、行列表現可能	264
11.2.3	因果作用素列—因果関係の連鎖	266
11.3	言語ルール 2 —火の無いところに、煙は立たない	268
11.3.1	これで、すべてを述べたことになる	268
11.3.2	因果作用素列の例—「連立一階微分方程式」等	268
11.4	運動方程式 (古典系と量子系)	271
11.4.1	ハミルトニアン (簡単の為、非時変形とする)	271
11.4.2	ニュートンの運動方程式 (=ハミルトンの正準方程式)	271
11.4.3	シュレーディンガー方程式 (ハミルトニアンの量子化)	272
11.5	シュレーディンガー方程式を変数分離法で解く	275
11.6	量子デコヒーレンスと酔歩	277
11.6.1	拡散過程	277
11.6.2	量子デコヒーレンス：量子系の非決定因果作用素列	277
11.7	ライプニッツ＝クラーク論争「時空とは、何か？」	279
11.7.1	「時間・空間とは、何か？」)	279
11.7.2	量子言語における、「時空とは何か？」	280
11.7.3	ライプニッツ＝クラーク論争	282
第 12 章 単純測定と因果関係		286
12.1	ハイゼンベルグ描像と「シュレーディンガー描像という計算法」	286
12.1.1	存在するとは、知覚されることである	286
12.1.2	状態は変化しない — ハイゼンベルグ描像 —	287
12.2	ド・ブロイのパラドックス (非局所性＝超光速)	290
12.3	量子ゼノン効果:見ていると餅はなかなか焼けない	296
12.4	シュレーディンガーの猫とラプラスの魔	299

12.4.1	シュレーディンガーの猫とラプラスの魔	299
12.5	遅延選択実験: 「粒子か? 波か?」は愚問	304
12.5.1	「粒子か波か?」が混乱の元凶	304
12.5.2	準備	305
12.5.3	ド・ブロイのパラドックスの $B(\mathbb{C}^2)$ 版 (干渉なし)	307
12.5.4	マッハ=ツェンダー干渉計 (干渉あり)	308
12.5.5	もう一つ付け加えると	310
12.5.6	まとめ	311
12.6	ハーディーのパラドックス (Hardy's paradox)	312
12.6.1	観測量 $O_g \otimes O_g$	313
12.6.2	ハーフミラー $2'$ がない場合	315
第 13 章 連続測定と因果関係		317
13.1	有限実現因果観測量—測定は一回だけ	317
13.2	無限実現因果観測量—測定は一回だけ	324
13.3	二重スリット実験	327
13.4	量子消しゴム	332
13.4.1	テンソルヒルベルト空間	332
13.4.2	干渉あり	333
13.4.3	干渉なし	334
13.5	測定理論の成立は、奇跡か? 当たり前か?	336
13.5.1	状態変化 — シュレーディンガー描像 —	336
13.5.2	量子ゼノン効果	338
13.5.3	並列構造—鶴亀算以前	340
13.5.4	直列構造—「時間の測定」等	342
13.6	二種類のトンデモ性—観念論と二元論	346
13.6.1	量子言語解釈—観客は舞台上に上がらない	346
13.6.2	言語的科学観—靴に足を合わせる	347
第 14 章 フィッシャー統計学 II		350
14.1	表から見れば測定, 裏から見れば推定・制御	350
14.1.1	推定問題 (統計学)	350
14.1.2	制御問題 (動的システム理論)	351
14.2	回帰分析=因果関係+フィッシャーの最尤法	353
14.3	文章題	357
14.4	測定理論は言語だから, 使われなければ意味が無い	359

第 15 章 回帰分析とカルマン・フィルター	360
15.1 最小二乗法 (簡単すぎて, かえって難しい)	361
15.2 回帰分析 (量子言語の中での意味づけ)	363
15.3 回帰分析 (分布, 信頼区間 そして, 仮説検定)	366
15.4 量子言語的定式化 of 一般化線形モデル	369
15.5 $L^\infty(\Omega, m)$ 内のカルマンフィルタ: 計算編	373
15.5.1 Notations	373
15.5.2 ベイズの方法	373
15.5.3 ベイズ-カルマンの方法 (in $L^\infty(\Omega, m)$)	374
15.5.4 具体的計算の準備・設定	375
15.5.5 ベイズ-カルマン作用素 $[B_{\mathcal{O}_0}^s(\times_{t \in T}\{x_t\})] : L_{+1}^1(\Omega_s) \rightarrow L_{+1}^1(\Omega_n)$	376
15.5.6 計算: $\rho_s = \Phi_*^{s-1, s}(\tilde{\rho}_{s-1})$ in (15.57)	377
15.5.7 計算: $(F_s(\Xi_s)\Phi^{s, s+1}\hat{F}_{s+1}(\times_{t=s+1}^n \Xi_t))$ in (15.57)	379
第 16 章 言語ルール 2(有界型) —因果関係	382
16.1 ゼノンのパラドックス—飛ぶ矢は飛ばず	383
16.1.1 旅人算	383
16.1.2 ゼノンのパラドックス — 何処がパラドクスなのか?—	384
16.2 因果作用素, 前双対因果作用素, 決定因果写像	387
16.3 ブラウン運動は運動か?	389
16.4 決定因果作用列のシュレーディンガー描像	391