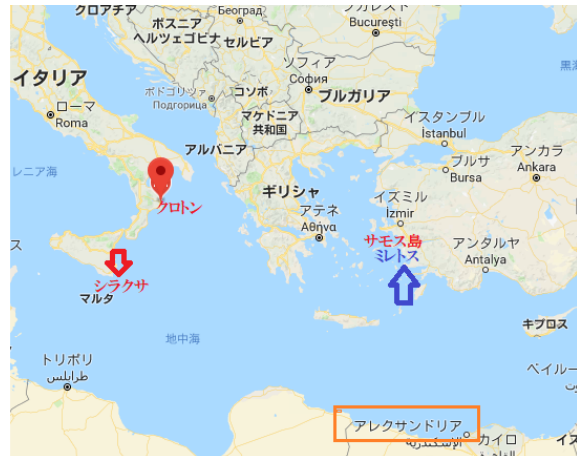


5.4 アルキメデス;(エウレーカ (発見した))

アルキメデス (BC.287年 - BC.212年) は地中海にある (現在のイタリアの) シチリア島のシラクサで生まれた。その後、アルキメデスは学問の中心地であったアレクサンドリアに留学し、ユークリッドの弟子たちと共に「原論」の研究に従事したのち、生地シラクサに帰り、シラクサで一生を過ごした。



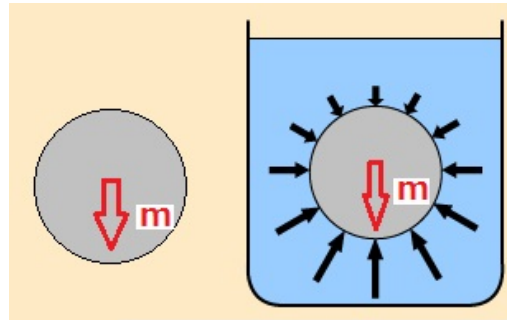
5.4.1 浮力の発見 (アルキメデスの原理)

アルキメデスの原理とは、

(A) 物体を水に沈めたとき、浮力 (物体の浮く力) の大きさは、物体が排除した水の重さに等しい。とは言っても、「『力』は難しい」と言うならば、

$$\begin{aligned} & \text{【物体の水中での重さ】} && (5.1) \\ & = \text{【物体の重さ (= } m \text{)]} \\ & \quad - \text{【物体の体積に相当する水の重さ】} \end{aligned}$$

である。理屈 (深いところの方が水圧が強い) は下図の通りだが、物体の形は球でも (かってな向きの) 直方体でもなんでもいいのだから、証明は理系の大学2年ぐらいでないといけない。



♠ 注釈 5.4. 黄金の王冠の有名な逸話は、「アルキメデスの原理」とは関係があるような、無いような微妙な逸話であるが、関係があるように書くと以下のようなになる：



- シラクサの王は、アルキメデスに「(純金のはずの) 王冠に銀が混ぜられていないかを、王冠を壊さずに調べる」という依頼をした。 アルキメデスは入浴中に次の解答 (＃) に気づき、喜びのあまり「ヘウレーカ! (「E T P H K A : われ発見せり)」と叫びながら、服も着ずに裸のまままで街を走り回った。

(＃) 王冠と同じ重さの金塊を用意して、その金塊の水中での重さと王冠の水中での重さが同じかどうかを調べればよい。そうすれば、(5.1) 式によって、王冠の体積と金塊の体積を比べることができる。

体積の違いを知るだけなので、この (＃) のような面倒な手続きは不要であるが、「アルキメデスの原理」を使うためには (＃) のようにした。万有引力の発見の「ニュートンの林檎」みたいなもので、こんな逸話の重箱の隅を突つくのも大人げない。もちろん、語り継がれてきた有名な逸話があるということは、「大発見」ということである。

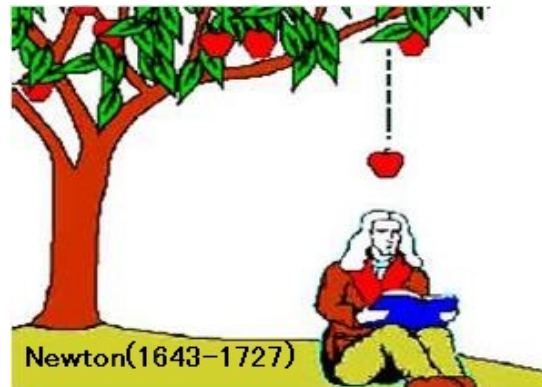
補遺 5.1.

アルキメデスと同じぐらい頭の良いカラスがいるみたいで、これをテレビ (E テレ) で見たときは驚いた。

クリック： アルキメデス級の頭脳を持つカラス

////

♠ 注釈 5.5. 「大発見」には「逸話・キャッチコピー」が残されている。



- (#1) アルキメデスの浮力・・・王冠
- (#2) ガリレオ・・・ピサの斜塔伝説, 「それでも地球は回っている」
- (#3) ニュートン・・・林檎, 「天動説 vs. 地動説」 (cf. 注釈 7.6)
- (#4) デカルト・・・我思う, ゆえに我あり
- (#5) アインシュタイン・・・エレベータ
- (#6) 量子力学・・・ハイゼンベルグの不確定性原理

The Uncertainty Principle

Δp

Δx

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

impossible to know exactly:

- where something is
- how fast it is going

However, what is the definition of Δp (or, Δx)?

等である。(＃4)と(＃6)は著者の意見である((＃4)は8.3節,(＃6)は

- [コペンハーゲン解釈; 量子哲学. 534 pp.] [KOARA 2018; コペン] の第 4 講を見よ*1)

*1 問題「What is the definition of Δp (or Δx)?」の解答は次を見よ. S. Ishikawa, Uncertainty relation in simultaneous measurements for arbitrary observables, Rep. Math. Phys. 9, 1991

5.4.2 アルキメデスの墓

数学は論理的な美しさにおいて比類をみない学問であるが、定量的な答えを計算によって出すという面白さは数学の大きな魅力である。前者はユークリッドの原論によって一応の頂点に達した。後者は、ユークリッドの次の世代であるアルキメデスによって強力的に推進された。たとえば、

$$3\frac{10}{71} < \pi (= \text{円周率}) < 3\frac{1}{7}$$

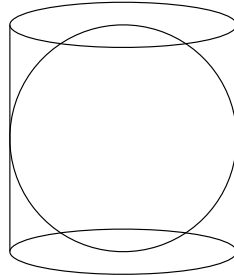
を示したのはアルキメデスである。

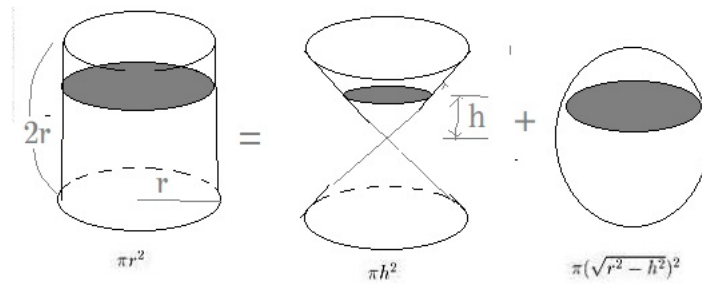
標語的には「哲学的・理学的なユークリッド, 算数的・工学的なアルキメデス」となる。世界三大数学者と言え、**「アルキメデス, ニュートン, ガウス」**が定説 (俗説?) であり、アルキメデスの天才は最大級に評価されている。三人とも計算オタクであり、結局、「**数学力=計算力**」なのだと思う。数学が哲学の枠から飛び出すことができたのは、アルキメデスのお陰であると言える。

アルキメデスの真骨頂は、求積法であり多々あるが、ここでは「球の体積」について述べよう。さて、半径 r の球 B を考えよう。アルキメデスは次を示した：

$$\text{球 } B \text{ の体積} = \frac{4\pi r^3}{3} \quad (\text{身の上に心配あーるの参上}), \quad \text{球 } B \text{ の表面積} = 4\pi r^2$$

証明は、下図 (アルキメデスの墓) 「球に外接する円柱」をじっくり見ていると、天才なら閃くらしい。天才でないならば、その下の図をみればわかるだろう。それでもわからないならば、高校で習う積分を使えばよい。





同じ高さでの灰色部分の面積

♠ サプリ 5.2. たとえば,

$$\text{円錐の体積} = \frac{1}{3} [\text{底面積}] \times [\text{高さ}]$$

であるが, 「なぜ $\frac{1}{3}$ のか?」 と問えば, 大学院生ならば,

- 「3次元空間」の「3」ですよ.

と即座に答えるだろう. そこで, 「もう一言, 補足してください」と言うと, 「だから, 4次元空間内の円錐の「体積」は $\frac{1}{4}$ 底体積 \times [高さ] 」と補足するかもしれない. しかし, 次を答える学生は滅多にいない.

- だから, 平面 (二次元空間) 内の三角形の面積は

$$\text{三角形の面積} = \frac{1}{2} [\text{底辺の長さ}] \times [\text{高さ}]$$

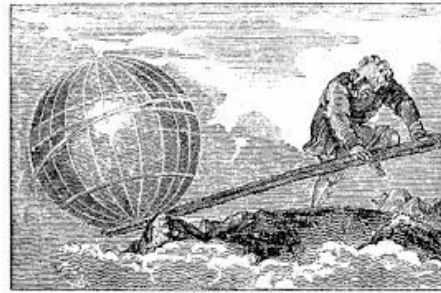
なんですよ

しかし, これは著者も自身で考え付いたことではなくて, 人から聞いて覚えたことにすぎない.

5.4.3 テコの原理

アルキメデスはてこの原理を発見して, 更に, てこを使用した様々な発明をした.

「我に支点を与えよ. さすれば地球を動かしてみせよう」という言葉を残した.



アルキメデスの著作『砂粒を数えるもの』で、宇宙の大きさを見積もるために、アルキメデスは複数の天文学者の説を紹介しており、それらの記述は当時を知る貴重な資料である。例えば、アリストアルコスが、太陽を中心とした宇宙 (地動説) を想定したことが述べられている。そうならば、「テコの原理」を発見して、「**我に支点を与えよ。さすれば地球を動かしてみせよう**」と豪語した天才アルキメデスならば、アリストアルコスの地動説 (5.3.2 節の (B₁)) を言い直して、

(C) 太陽の方が地球より圧倒的に大きいから、太陽と地球を合わせたもの重心は太陽に圧倒的に近いはずで、その重心を中心にして、太陽も地球も回っている

と言ってくれば、科学史は今と全く異なる歴史になっていただろう。

- 天才アルキメデスにも、太陽と地球の間に支点もどきがあることが見えなかったのだろう

アルキメデスは天動説を支持してしまったので、歴史はややっこしいことになってしまった。

5.4.4 アルキメデスの言葉

さて、

- アルキメデスの主張は小学生でもわかるような明快さがあり、哲学 (プラトン等) のような意味不明な曖昧なことを発言しなかった。

このわかりやすさが、アルキメデスの人気を要因で、アルキメデスの言葉は我々の胸に突き刺さる。前にも述べたように、

(#₁) Eureka!(= I have found it!)

(#₂) Give me a place to stand, and I shall move the Earth with it.

等である。そして、「最期の言葉」は

(#₃) Do not disturb my circles! (わたしの円を踏みつけるな!)

である。



アルキメデスの住んでいたシラクサはカルタゴ (ハンニバル将軍) とローマの争奪地で、ローマ軍の奇襲により城壁を突破される。ローマ軍はアルキメデスが高名な科学者と知っていたため、危害を加えないよう指示をしていた。しかしアルキメデスは砂の上に図形を書いて考えていたところをローマ兵に連行されそうになり、それを「Do not disturb my circles!」と拒否したため兵士に殺されてしまう。最期まで「絵になる男」だったと言える。

♠ 注釈 5.6. さて、

- アルキメデスは、哲学 (プラトン等) のような意味不明な曖昧なことを発言しなかった。したがって、アルキメデスの仕事は数量的かつ明快で分かり易い。「曖昧か? 明快か?」によって、それ以降の発展の方向が決定的に異なった。曖昧な哲学は、時の権力者が都合よく解釈できることを意味していて、宗教とか政治と共生して影響力を持ち続けることができた。事実、中世では、哲学は神学の婢女として影響力を持ち続けた。一方、アルキメデスの仕事は、一定の評価は得られるもののそれ以上のことは期待できなかった。哲学 (プラトン等) が生き残ることができたのは奇跡的な偶然が重なった面もあるが、アルキメデスの仕事が葬り去られる可能性は少なかったと思う。以上の対比は結構重要で、近代でも似たようなことが、

【デカルト＝カント哲学】 vs. 【ニュートン力学】

で再現される。ニュートン力学がまったく役に立たないデカルト＝カント哲学に世論的には負けるのだから、

- 理系は、天下を取れない
と思った方がいいかもしれない。