

練習問題 7 (関数方程式概論)

- 1 以下で定まる 2 階の偏微分作用素  $L$  が  $\mathbf{R}^2$  において楕円型であるかどうかを判定せよ.

$$(1) Lu = 5\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - 4\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} + 7\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}$$

$$(2) Lu = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + 6\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} - 5\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}$$

- 2 以下で定まる 2 階の偏微分作用素  $L$  が  $\mathbf{R}^3$  において楕円型であるかどうかを判定せよ.

$$(1) Lu = 3\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + 4\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + 4\frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_3} + 6\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_3}$$

$$(2) Lu = 5\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_3} - 6\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_3}$$