

練習問題 1 2 (関数方程式概論)

1 次の $u = u(x, t)$ に対する偏微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} u_t + \frac{x}{1+t^2}u_x = 0, & t > 0, x \in \mathbf{R}, \\ u(x, 0) = u_0(x), & x \in \mathbf{R} \end{cases}$$

を考える. ここで, u_0 は \mathbf{R} 上の既知関数とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 特性曲線の方法を用いて, 上の初期値問題の解の表示を求めよ.
- (2) u_0 が \mathbf{R} 上の C^1 級関数のとき, (1) で求めた関数を直接微分することにより, 上の初期値問題の解になっていることを確かめよ.