

練習問題 10 (関数方程式概論)

1 次の熱伝導方程式に対する初期値-境界値問題を考える.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t), & 0 < x < l, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x), & 0 < x < l \\ u(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = 0, & t > 0 \end{cases}$$

ただし, μ は正定数, $f(x)$ は閉区間 $[0, l]$ 上で定義された連続関数とする. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, 級数の収束性については議論しなくてよい.

- (1) 上記初期値-境界値問題の Fourier 級数解を求めよ.
- (2) $f(x) \equiv 1$ の場合の Fourier 級数解を計算せよ.