

練習問題 2 (数学 3 B)

1 f を区間 $I = [a, b]$ で定義された単調増加関数 (すなわち, $x_1, x_2 \in I, x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$) とする. このとき, 以下の問に答えよ.

(1) I の任意の分割 Δ に対して,

$$0 \leq \bar{S}_\Delta(f) - \underline{S}_\Delta(f) \leq (f(b) - f(a))|\Delta|$$

が成り立つことを示せ.

(2) f は I で Riemann 可積分であることを, 教科書の定理 5.2 を用いて証明せよ.

2 上積分に対する Darboux の定理

$$\bar{S}(f) = \lim_{|\Delta| \rightarrow 0} \bar{S}_\Delta(f)$$

を, 教科書の定理 5.1 の証明を手本にして証明せよ.