

練習問題 6 (数学 3 A)

1  $n$  を自然数,  $a_0, a_1, \dots, a_{2n}$  を実定数とする. このとき,  $\mathbf{R}$  で定義された  $2n+1$  次多項式  $f(x) = x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + \dots + a_1x + a_0$  に対して, 方程式  $f(x) = 0$  は少なくとも 1 つの実解をもつことを証明せよ.

2 逆三角関数  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctan x$  は主値をとるものとする. このとき以下の表を完成させよ.

$x$	$-1$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$1$
$\arcsin x$									
$\arccos x$									

$x$	$-\sqrt{3}$	$-1$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$0$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$1$	$\sqrt{3}$
$\arctan x$							

3 逆三角関数に関して次式が成り立つことを証明せよ.

(1)  $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$

(2)  $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$

(3)  $\cos(\arctan x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(4)  $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$