

練習問題 5 (数学 3 A)

- 1 I を区間, $a \in I$ とし, f を区間 I で定義された関数で a において連続であるとする. さらに, $\{x_n\}$ を区間 I における数列で $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ を満たすとする. このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(a)$ が成り立つことを, 定義に従って厳密に証明せよ.
- 2 I を区間, $a \in I$ とし, f を区間 I で定義された関数で a において連続でありかつ $f(a) > 0$ を満たすとする. このとき, ある正数 δ が存在し $|x - a| < \delta$ を満たす任意の $x \in I$ に対して $f(x) > 0$ となることを, 連続性の定義を用いて厳密に証明せよ.
- 3 n を自然数, $a_0, a_1, \dots, a_{2n-1}$ を実定数とする. このとき, \mathbf{R} で定義された $2n$ 次多項式 $f(x) = x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_1x + a_0$ は最小値をとることを証明せよ.