

練習問題 1 1 (数学 3 A)

- 1 $f = f(x, y)$ を \mathbf{R}^2 上の C^2 級関数, $\varphi = \varphi(t), \psi = \psi(t)$ を \mathbf{R} 上の C^2 級関数とし, それらの合成関数を

$$F(t) := f(\varphi(t), \psi(t))$$

とおく. このとき, $F'(t)$ および $F''(t)$ を f の偏導関数と φ, ψ の導関数を用いて表せ.

- 2 θ を定数, f を \mathbf{R}^2 で定義された C^2 級関数とし, $f = f(x, y)$ と $x = u \cos \theta - v \sin \theta, y = u \sin \theta + v \cos \theta$ との合成関数を $F(u, v) := f(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta)$ ($= f(x, y)$) とする. このとき, 次式が成り立つことを示せ.

$$(1) (F_u(u, v))^2 + (F_v(u, v))^2 = (f_x(x, y))^2 + (f_y(x, y))^2$$

$$(2) F_{uu}(u, v) + F_{vv}(u, v) = f_{xx}(x, y) + f_{yy}(x, y)$$