

1  $\mathbf{R}^n$  上の関数  $f(x)$  が  $|x|$  にのみ依存するとき, すなわち, ある半直線  $[0, \infty)$  上の関数  $\varphi(r)$  を用いて  $f(x) = \varphi(|x|)$  と書けるときの, 関数  $f(x)$  は球対称であるという. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\mathbf{R}^n$  上の関数  $f(x)$  が球対称であるための必要十分条件は, 任意の  $x \in \mathbf{R}^n$  および任意の  $T \in O(n)$  に対して  $f(Tx) = f(x)$  が成り立つこと, であることを示せ. ただし,  $O(n)$  は  $n$  次の直交群である.
- (2)  $f \in L^1(\mathbf{R}^n)$  が球対称であるとき,  $f(x)$  の Fourier 変換  $\hat{f}(\xi)$  もまた球対称であることを示せ.