

練習問題 1 (数学 3 B)

1 f を閉区間 $I = [a, b]$ で定義された実数値関数とする. このとき, f が I で Riemann 可積分であることの定義, および f の I での Riemann 積分 $\int_a^b f(x)dx$ の定義を述べよ.

2 関数 $f(x) = x$ は任意の閉区間 $I = [a, b]$ で Riemann 可積分であり,

$$\int_a^b x dx = \frac{1}{2}(b^2 - a^2)$$

が成り立つことを, Riemann 積分の定義に基づいて証明せよ.

(ヒント: Δ を区間 I の任意の分割, ξ を任意の代表元の集合とするとき

$$\left| S(f, \Delta, \xi) - \frac{1}{2}(b^2 - a^2) \right| \leq |\Delta|(b - a)$$

が成り立つことを示せ.)