

- 1  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$ ,  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  を multi-index とする. このとき, 以下の和を  $\Sigma$  記号を使わず具体的に書き下せ. その際, 多項定理は使わず, multi-index の定義から直接計算せよ.

$$(1) \sum_{|\alpha|=2} \frac{1}{\alpha!} \mathbf{x}^\alpha$$

$$(2) \sum_{|\alpha|=3} \frac{1}{\alpha!} \mathbf{x}^\alpha$$

- 2  $f = f(x, y) \in C^2(\mathbf{R}^2)$  は, ある点  $(a, b) \in \mathbf{R}^2$  において

$$f(a, b) = 0 \quad \text{かつ} \quad f_y(a, b) \neq 0$$

を満たすとする. このとき陰関数定理より,  $a$  の近傍で定義された  $C^2$  級関数  $\varphi$  が存在して, 方程式  $f(x, y) = 0$  は  $(a, b)$  の近傍で  $y$  について一意に解くことが出来, その解は  $y = \varphi(x)$  で与えられる:  $f(x, \varphi(x)) \equiv 0$ .

$\varphi'(x)$  および  $\varphi''(x)$  を,  $f$  とその導関数および  $\varphi$  のみを用いて表せ.