

1 $\mathbf{u}, \mathbf{v} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$, $f, g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ を共に C^1 級とする. このとき, 以下の等式を証明せよ.

$$(1) \operatorname{grad}(fg) = f \operatorname{grad} g + g \operatorname{grad} f$$

$$(2) \operatorname{div}(f\mathbf{u}) = f \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{grad} f \cdot \mathbf{u}$$

$$(3) \operatorname{div}(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{v}$$

$$(4) \operatorname{rot}(f\mathbf{u}) = f \operatorname{rot} \mathbf{u} + \operatorname{grad} f \times \mathbf{u}$$