練習問題 1 (数学解析第 1)　　　　Apr. 10, 2019 (Wed.)

$\boxed{1}$ α を実定数とし，$f(\boldsymbol{x}) = \|\boldsymbol{x}\|^\alpha$ $(\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{R}^n \setminus \{\mathbf{0}\})$ とする．このとき，f の 1 階の偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x_j}$ および 2 階の偏導関数 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$ を計算せよ．

$\boxed{2}$ Ω を $\mathbf{R}^n$ における領域，f を Ω 上で定義された実数値関数，$\boldsymbol{a} \in \Omega$ とする．このとき,「f は $\boldsymbol{a}$ で連続でない」という命題を ε-δ を用いて書き表わせ．次にそれを用いて，f が $\boldsymbol{a}$ で連続でないならば，正数 $\varepsilon > 0$ と，$\boldsymbol{a}$ に収束する Ω 内の点列 $\{\boldsymbol{x}^{(m)}\}_{m=1}^{\infty}$ が存在して，

$$|f(\boldsymbol{x}^{(m)}) - f(\boldsymbol{a})| \geq \varepsilon \qquad (m = 1, 2, 3, \ldots)$$

が成り立つことを示せ．

数学解析第 1 のＨＰのＵＲＬ

http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/MA_2019.html