

1 以下の  $2\pi$ -周期関数  $f(x)$  を Fourier 級数に展開せよ.

(1)  $f(x) = \cos ax, \quad -\pi \leq x < \pi \quad (a \notin \mathbf{Z})$

(2)  $f(x) = e^{ax}, \quad -\pi \leq x < \pi \quad (a \neq 0)$

2  $l > 0$  とし,  $f(x)$  は原点において微分可能な  $[-l, l]$  上の連続関数であるとする. このとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l f(x) \frac{\sin nx}{x} dx = f(0)$$

が成り立つことを示せ.

(Hint:  $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$  および Riemann の補題を用いよ. )