練習問題 3 (応用解析第 1)　　　　Apr. 23, 2019 (Tue.)

$\boxed{1}$ 任意の自然数 n, m に対して，次式が成り立つことを示せ．

$$\int_0^{2\pi} \cos nx \sin mx \, dx = 0$$
$$\int_0^{2\pi} \cos nx \cos mx \, dx = \int_0^{2\pi} \sin nx \sin mx \, dx = \pi\delta_{nm}$$

ただし，δ_{nm} は Kronecker のデルタである．

$\boxed{2}$ $f(x)$ を区分的に連続な 2π-周期関数とし，a_n, b_n を $f(x)$ の Fourier 係数とする．すなわち，

$$\begin{cases} a_n := \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(x)\cos nx \, dx, & n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n := \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} f(x)\sin nx \, dx, & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

このとき任意の実数 α に対して，Fourier 係数 a_n, b_n は次のようにも表わせることを示せ．

$$\begin{cases} a_n = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_\alpha^{\alpha+2\pi} f(x)\cos nx \, dx, & n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_\alpha^{\alpha+2\pi} f(x)\sin nx \, dx, & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

応用解析第１のＨＰのＵＲＬ

http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/AA_2019.html