練習問題 1 (数学 3 B)　　　Sep. 25, 2019 (Wed.)

$\boxed{1}$ f を閉区間 $I = [a,b]$ で定義された実数値関数とする．このとき，f が I で Riemann 可積分であることの定義，および f の I での Riemann 積分 $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ の定義を述べよ．

$\boxed{2}$ 関数 $f(x) = x$ は任意の閉区間 $I = [a,b]$ で Riemann 可積分であり，

$$\int_a^b x dx = \frac{1}{2}(b^2 - a^2)$$

が成り立つことを，Riemann 積分の定義に基づいて証明せよ．
（ヒント：Δ を区間 I の任意の分割，ξ を任意の代表元の集合とするとき

$$\left| S(f,\Delta,\xi) - \frac{1}{2}(b^2 - a^2) \right| \le |\Delta|(b-a)$$

が成り立つことを示せ.）

数学 3 B の HP の URL
http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/3B_2019.html