

- 1 以下で定められる \mathbf{R}^2 上の関数 f が $(0, 0)$ において連続であるかどうかを判定せよ.

$$(1) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

$$(2) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

- 2 次式で定められる \mathbf{R}^2 上の関数 $f = f(x, y)$ に対して, $f_{xy}(0, 0) = 0$, $f_{yx}(0, 0) = 1$ となることを証明せよ.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 0 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$