

1  $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n)^T$  に対する 1 階斉次線形常微分方程式系

$$\frac{d\mathbf{u}}{dx}(x) = A(x)\mathbf{u}(x) \quad (x \in \mathbf{R}) \quad \dots \quad (*)$$

を考える。ただし、 $A(x) = (a_{ij}(x))$ ,  $a_{ij} \in C(\mathbf{R})$  ( $1 \leq i, j \leq n$ ) とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n \in C^1(\mathbf{R})$  を、それぞれ (\*) の解とし、それらの Wronskian を  $W(x) = \det(\mathbf{u}_1(x), \dots, \mathbf{u}_n(x))$  により定める。このとき、

$$\frac{dW}{dx}(x) = (\operatorname{tr} A(x))W(x)$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\operatorname{tr} A$  は行列  $A = (a_{ij})$  のトレースである。すなわち、 $\operatorname{tr} A = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$ 。

- (2)  $X = \{\mathbf{u} \in C^1(\mathbf{R}); \mathbf{u} \text{ は } (*) \text{ を満たす}\}$  は、線形空間  $C^1(\mathbf{R})$  の  $n$  次元線形部分空間となることを示せ。

#### レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し、表紙を付けること。(学事センターにある所定の表紙を使う必要はない。) 表紙には科目名、レポート番号、学籍番号、氏名、所属学科を記入すること。
- 最終的な答えだけでなく、途中計算を分かりやすく説明すること。
- ワードプロ、T E X 等は使用せず、手書きで (丁寧な字で) 作成すること。
- レポートは次回の講義終了後に回収する。

#### 中間試験のお知らせ

- 試験日・時間：12月12日(月)14時45分～16時15分
- 試験場所：32教室(講義と同じ部屋)