

[1] 周期境界条件の下で、次の  $u(x, t)$  ( $x \in \mathbf{R}, t > 0$ ) に対する KdV 方程式を考える。

$$\begin{aligned} u_t + uu_x + u_{xxx} &= 0, \quad x \in \mathbf{R}, t > 0, \\ u(x+1, t) &= u(x, t), \quad x \in \mathbf{R}, t > 0. \end{aligned} \tag{0.1}$$

$u(x, t)$  を (0.1) の滑らかな解とするとき、以下の問い合わせに答えよ。

(1) 任意の自然数  $n$  に対して、次式が成り立つことを示せ。

$$(\partial_x^n u)(1, t) = (\partial_x^n u)(0, t), \quad t > 0$$

(2) 以下の量が時間に依らない保存量であることを示せ。

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad &\int_0^1 u(x, t) dx \\ \text{(ii)} \quad &\int_0^1 (u(x, t))^2 dx \\ \text{(iii)} \quad &\int_0^1 \left\{ (u_x(x, t))^2 - \frac{1}{3} (u(x, t))^3 \right\} dx \end{aligned}$$

### レポート作成上の注意

- A4版のレポート用紙を使用し、表紙を付けること。表紙には科目名、レポート番号、学籍番号、氏名を記入すること。レポートの左上をホチキス留めすること。
- 最終的な答えだけでなく、途中計算を分かりやすく説明すること。
- ワープロ、TeX等は使用せず、手書きで（丁寧な字で）作成すること。
- レポートは次回の講義終了後に回収する。

### 休講のお知らせ

5月19日（木）の関数方程式概論の講義は休講とします。