

1 $\mathbf{u}, \mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, f, g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ を共に C^1 級とする．このとき，以下の等式を証明せよ．

- (1) $\text{grad}(fg) = f \text{grad} g + g \text{grad} f$
- (2) $\text{div}(f\mathbf{u}) = f \text{div} \mathbf{u} + \text{grad} f \cdot \mathbf{u}$
- (3) $\text{div}(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \text{rot} \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \text{rot} \mathbf{v}$
- (4) $\text{rot}(f\mathbf{u}) = f \text{rot} \mathbf{u} + \text{grad} f \times \mathbf{u}$

2 $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ および $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$ を正規直交基底，すなわち，

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \mathbf{e}'_i \cdot \mathbf{e}'_j = \delta_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

を満たすものとし，行列 $T = (t_{ij})_{1 \leq i, j \leq 3}$ を $t_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}'_j$ により定める．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1) $\mathbf{e}_i = \sum_{j=1}^3 t_{ij} \mathbf{e}'_j$ を示せ．
- (2) $\mathbf{e}'_i = \sum_{j=1}^3 t_{ji} \mathbf{e}_j$ を示せ．
- (3) T は直交行列であることを示せ．

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し，表紙を付けること．表紙には科目名，レポート番号，学籍番号，氏名，所属学科を記入すること（学事センターにある所定の表紙を使う必要はない．）レポートの左上をホチキス留めすること．
- 最終的な答えだけでなく，途中計算を分かりやすく説明すること．
- ワードプロ， $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ 等は使用せず，手書きで（丁寧な字で）作成すること．
- レポートは次回の講義終了後に回収する．

休講のお知らせ

7月2日（水）の数学解析第1の講義は休講とします．