

- 1 周期境界条件の下で, 次の $u(x, t)$ ($x \in \mathbf{R}, t > 0$) に対する非線形 Schrödinger 方程式を考える.

$$\begin{aligned} iu_t + u_{xx} + |u|^2 u &= 0, & x \in \mathbf{R}, t > 0, \\ u(x+1, t) &= u(x, t), & x \in \mathbf{R}, t > 0. \end{aligned} \tag{0.1}$$

$u(x, t)$ を (0.1) の滑らかな解とすると, 以下の量が時間に依らない保存量であることを示せ. ただし, $\Im z$, \bar{z} は, それぞれ複素数 z の虚部, 複素共役を表わす.

- (1) $\int_0^1 |u(x, t)|^2 dx$
- (2) $\int_0^1 \Im(\overline{u(x, t)} u_x(x, t)) dx$
- (3) $\int_0^1 \left(|u_x(x, t)|^2 - \frac{1}{2} |u(x, t)|^4 \right) dx$

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること. レポートの左上をホチキス留めすること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.