

- 1 次の $u = u(x, t)$ ($(x, t) \in \mathbf{R}^2$) に対する波動方程式を考える .

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \quad (0.1)$$

ただし, c は正定数である . このとき, 以下の問いに答えよ .

- (1) 新しい独立変数 (ξ, η) を

$$\xi = x - ct, \quad \eta = x + ct$$

により導入し, $u(x, t)$ を変数 (ξ, η) で表わした関数を $v(\xi, \eta)$ とする . このとき, u に対する波動方程式 (0.1) を v に対する方程式に書き直せ .

- (2) 波動方程式 (0.1) の一般解を求めよ .

- 2 次の $u = u(x)$ ($x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n, n \geq 2$) に対する Laplace 方程式を考える .

$$\Delta u = 0 \quad (0.2)$$

このとき, 以下の問いに答えよ .

- (1) \mathbf{R}^n 上の関数 $u(x)$ が $|x|$ ($= \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$) にのみ依存するとき, すなわち, 半直線 $[0, \infty)$ 上の関数 $\phi(r)$ を用いて $u(x) = \phi(|x|)$ と書けるときの, 関数 $u(x)$ は球対称であるという . $u(x)$ が球対称であると仮定して Laplace 方程式 (0.2) を $\phi(r)$ の方程式に書き直せ .
- (2) Laplace 方程式 (0.2) の解で球対称であるもの (ただし, 原点 $x = 0$ で方程式を満たさなくてもよい) を全て求めよ .

レポート作成上の注意

- A4版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること . 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること . レポートの左上をホチキス留めすること .
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること .
- ワードプロ, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること .
- レポートは次回の講義終了後に回収する .