

1 \mathbf{R}^2 上の関数 $f = f(x, y)$ を

$$f(x, y) := x^3 + y^3 - x^2 - xy - y^2 + x + y - 1$$

により定める．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1) $(x, y) = (1, 1)$ の近傍で，方程式 $f(x, y) = 0$ により陰関数 $y = \varphi(x)$ が定められること（つまり，陰関数定理の仮定が満たされていること）を示し， $\varphi'(1)$ を求めよ．
- (2) (1) の陰関数 $\varphi(x)$ を Taylor 展開して

$$\varphi(x) = a_0 + a_1(x - 1) + a_2(x - 1)^2 + O((x - 1)^3) \quad (x \rightarrow 1)$$

とするとき，係数 a_0, a_1, a_2 の値を求めよ．

2 $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ ($f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$) および $g: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^l$ ($g(\mathbf{y}) = (g_1(\mathbf{y}), \dots, g_l(\mathbf{y}))$, $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_m) \in \mathbf{R}^m$) は C^1 級であるとする．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1) 合成関数 $(g \circ f)(\mathbf{x}) = g(f(\mathbf{x}))$ の Jacobi 行列 $D(g \circ f)$ に対して

$$D(g \circ f)(\mathbf{x}) = Dg(f(\mathbf{x}))Df(\mathbf{x})$$

が成り立つことを示せ．

- (2) $n = m = l$ のとき，合成関数 $g \circ f$ の Jacobian $J_{g \circ f}$ に対して

$$J_{g \circ f}(\mathbf{x}) = J_g(f(\mathbf{x}))J_f(\mathbf{x})$$

が成り立つことを示せ．

レポート作成上の注意

- A4版のレポート用紙を使用し，表紙を付けること．表紙には科目名，レポート番号，学籍番号，氏名，所属学科を記入すること（学事センターにある所定の表紙を使う必要はない）レポートの左上をホチキス留めすること．
- 最終的な答えだけでなく，途中計算を分かりやすく説明すること．
- ワードプロ， \TeX 等は使用せず，手書きで（丁寧な字で）作成すること．
- レポートは次回の講義終了後に回収する．

数学解析第1のHPのURL

http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/MA_2013.html