

1 $\mathcal{D}(\mathbf{R}^n) \subseteq \mathcal{S}(\mathbf{R}^n) \subseteq L^1(\mathbf{R}^n)$ を示せ .

2 テスト関数の列 $\phi, \phi_j \in \mathcal{D}(\mathbf{R}^n)$ ($j = 1, 2, 3, \dots$) に対して ,

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \phi_j = \phi \text{ in } \mathcal{D}(\mathbf{R}^n) \implies \lim_{j \rightarrow \infty} \phi_j = \phi \text{ in } \mathcal{S}(\mathbf{R}^n)$$

を示せ .

3 超関数としての次の極限を証明せよ .

(1) $\lim_{j \rightarrow \infty} \sin jx = 0$ in $\mathcal{D}'(\mathbf{R})$

(2) $\lim_{j \rightarrow \infty} (\sin jx)^2 = \frac{1}{2}$ in $\mathcal{D}'(\mathbf{R})$

注意 : 超関数に対しては一般に積が定義出来ないが , 仮に定義できる場合でも , $\lim_{j \rightarrow \infty} T_j = T$ in $\mathcal{D}'(\Omega)$ かつ $\lim_{j \rightarrow \infty} S_j = S$ in $\mathcal{D}'(\Omega)$ のとき $\lim_{j \rightarrow \infty} T_j S_j = TS$ が成り立つとは限らない , ということが上の例から分かる .

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し , 表紙を付けること . 表紙には科目名 , レポート番号 , 学籍番号 , 氏名を記入すること .
- 最終的な答えだけでなく , 途中計算を分かりやすく説明すること .
- ワードプロ , TEX 等は使用せず , 手書きで (丁寧な字で) 作成すること .
- レポートは次回の講義終了後に回収する .