

レポート問題 7 (関数方程式第 1)

Dec. 6, 2010 (Mon.)

[1] $f \in C([a, b])$ とする . このとき , 以下の問い合わせに答えよ .

(1) $\varphi(a) = \varphi(b) = 0$ を満たす任意の $\varphi \in C([a, b])$ に対して

$$\int_a^b f(x)\varphi(x) dx = 0$$

が成り立つならば , $f(x) \equiv 0$ であることを示せ .

(2) $\varphi(a) = \varphi(b) = 0$ を満たす任意の $\varphi \in C^1([a, b])$ に対して

$$\int_a^b f(x)\varphi'(x) dx = 0$$

が成り立つならば , $f(x) \equiv c$ (c は定数) であることを示せ .

ヒント : 定数 c を適当に選び , $\varphi(x) = \int_a^x (f(y) - c) dy$ として仮定を用いよ .

(3) $\varphi(a) = \varphi(b) = \varphi'(a) = \varphi'(b) = 0$ を満たす任意の $\varphi \in C^2([a, b])$ に対して

$$\int_a^b f(x)\varphi''(x) dx = 0$$

が成り立つならば , $f(x) = c_0x + c_1$ (c_0, c_1 は定数) であることを示せ .

ヒント : 定数 c_0, c_1 を適当に選び , $\varphi(x) = \int_a^x \left(\int_a^y (f(z) - (c_1z + c_0)) dz \right) dy$ として仮定を用いよ .

レポート作成上の注意

- A4 版のレポート用紙を使用し , 表紙を付けること . 表紙には科目名 , レポート番号 , 学籍番号 , 氏名を記入すること .
- 最終的な答えだけでなく , 途中計算を分かりやすく説明すること .
- ワープロ , T E X 等は使用せず , 手書きで (丁寧な字で) 作成すること .
- レポートは次回の講義終了後に回収する .

中間試験のお知らせ

- 試験日・時間 : 12月13日(月) 10時45分 ~ 12時15分
- 試験場所 : 25-601教室 (講義と同じ部屋)