

- 1 任意の自然数  $n, m$  に対して, 次式が成り立つことを示せ.

$$\int_0^{2\pi} \cos nx \sin mx \, dx = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \cos nx \cos mx \, dx = \int_0^{2\pi} \sin nx \sin mx \, dx = \pi \delta_{nm}$$

ただし,  $\delta_{nm}$  は Kronecker のデルタである.

- 2  $f(x)$  を区分的に連続な  $2\pi$ -周期関数とし,  $a_n, b_n$  を  $f(x)$  の Fourier 係数とする. すなわち,

$$\begin{cases} a_n := \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nx \, dx, & n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n := \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx \, dx, & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

このとき任意の実数  $\alpha$  に対して, Fourier 係数  $a_n, b_n$  は次のようにも表わせることを示せ.

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+2\pi} f(x) \cos nx \, dx, & n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+2\pi} f(x) \sin nx \, dx, & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

#### レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, T E X 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.