

- 1 非負整数  $n$  に対して,  $J_n := \int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$  とおく. このとき, 以下の問に答えよ.
- (1)  $J_n = \frac{n-1}{n} J_{n-2}$  ( $n \geq 2$ ) が成り立つことを示せ.
  - (2)  $J_n$  を求めよ.
  - (3)  $J_{2n+1} < J_{2n} < J_{2n-1}$  ( $n \geq 1$ ) が成り立つことを示し, (2) の結果を用いて次の Wallis (ウォリス) の公式  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} (n!)^2}{\sqrt{n} (2n)!} = \sqrt{\pi}$  を証明せよ.
- 2 閉区間  $I = [a, b]$  で有界な関数  $f$  が开区間  $(a, b)$  で連続であれば,  $f$  は  $I$  で可積分であることを教科書の定理 5.2 を用いて証明せよ.

## レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること (学事センターにある所定の表紙を使う必要はない.) 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, T E X 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.