

1 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \setminus \{0\}$ のスカラー場およびベクトル場に対する以下の問いに答えよ。ただし, $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ である。

(1) $f(\mathbf{x}) = \tan^{-1} \frac{1}{\|\mathbf{x}\|}$ に対して, $\text{grad } f$ を求めよ。

(2) $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^\alpha}$ ($\alpha \in \mathbf{R}$ は定数) に対して, $\text{div } \mathbf{u}$ および $\text{rot } \mathbf{u}$ を求めよ。

(3) $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \times \mathbf{x}$ ($\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3) \in \mathbf{R}^3$ は定数ベクトル) に対して, $\text{div } \mathbf{u}$ および $\text{rot } \mathbf{u}$ を求めよ。

2 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$ とし, $f = f(\mathbf{x})$ をスカラー場, $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$ をベクトル場とする。このとき, 以下の等式を証明せよ。

(1) $\text{div}(\text{grad } f) = \Delta f$

(2) $\text{div}(\text{rot } \mathbf{u}) = 0$

(3) $\text{rot}(\text{grad } f) = \mathbf{0}$

(4) $\text{rot}(\text{rot } \mathbf{u}) = \text{grad}(\text{div } \mathbf{u}) - \Delta \mathbf{u}$

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付け, 左上をホチキスで留めること。(学事センターにある所定の表紙を使う必要はない。) 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名, 所属学科を記入すること。
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること。
- ワードプロ, T E X 等は使用せず, 手書きで(丁寧な字で)作成すること。
- レポートは次回の講義終了後に回収する。

補講のお知らせ

- 日時: 7月11日(金) 13時00分~14時30分
- 講義室: 第4校舎23教室(いつもと同じ部屋)

授業アンケートについて (Web ページで行う)

- アンケート期間: 6月26日(木) 午前10時~8月7日(木) 午後7時
- Web ページ URL: <https://fd-enquete.st.keio.ac.jp/>
- 注意: keio.jp の ID とパスワードが必要です。