

分離拡大

November 8, 2012

<http://www.math.keio.ac.jp/~bannai/>

扱う内容

教科書 §1.6 の内容

- 体の同型写像
- 体の同型の個数
- 分離性の判定法

課題

問題 11. E/F を体の拡大とする。 E の F 上の自己同型写像全体が成す集合 $\text{Aut}_F(E)$ は、写像の合成により群をなすことを確かめよ。

問題 12. E/F を体の拡大として、 E の F 上の自己同型群 $\text{Aut}_F(E)$ を考える。

(1) $H \subset \text{Aut}_F(E)$ を部分群としたとき、 E の H による不变部分

$$E^H := \{x \in E \mid \forall \sigma \in \text{Aut}_F(E), \sigma(x) = x\}$$

は E の部分体になることを証明せよ。

(2) K を拡大 E/F の中間体としたとき、 $\text{Aut}_K(E)$ は $\text{Aut}_F(E)$ の部分群になることを証明せよ。

問題 13. E/F を体の有限次拡大、 \overline{F} を F の代数閉包とする。このとき、 E から \overline{F} への体の单射準同型の個数は $[E : F]$ 以下となる理由が分かり、説明できる様になる。

再度繰り返しだすが

※ 数理解析演習の未返却パソコンは、後 2 台になりました。まだ返却していない人は 14 棟 6 階の数理科学科受付に返却して下さい。研究室分け終了後には、指導教員を通して直接連絡させていただきます。この情報を他の同級生にも周知していただければ幸いです。