

体の拡大・代数拡大

October 4, 2012

<http://www.math.keio.ac.jp/~bannai/>

代数の必要知識

教科書 §1.1-§1.2 の内容

- 体の標数の定義
- 体の拡大の定義、拡大次数の定義
- 代数的元の定義、最小多項式の定義
- 代数拡大の定義
- 体の自己同型の定義

課題

問題3. 代数的な元の最小多項式が何かを説明できる様になり、 $\zeta_8 = e^{2\pi i/8} \in \mathbb{C}$ の \mathbb{Q} 上および $\mathbb{Q}(\sqrt{-1})$ 上の最小多項式をそれぞれ求めることができる様になる。また、 $\mathbb{Q}(\zeta_8) \subset \mathbb{C}$ の \mathbb{Q} 上および $\mathbb{Q}(\sqrt{-1})$ 上の次数を求めることができる様になる。

問題4. 体の代数拡大の定義を理解し、体の有限次拡大は代数拡大となることの証明を説明できる様になる。

問題5. $\omega = e^{2\pi i/3}$ とする。このとき、 $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \omega)$ の \mathbb{Q} 上の自己同型写像とは何か説明することができ、すべて求めることができる。

自宅で

来週は、§1.3-§1.4 の内容をやる予定です。予習しておいて下さい。