

練習問題 4 (数学 3 A)

1 $a_1 = 1$ および $a_{n+1} = (a_n + 1)^{-1}$ で定まる数列 $\{a_n\}$ に対して次の問いに答えよ.

- (1) (n に無関係な) 定数 $\theta \in [0, 1)$ が存在して, 任意の $n \in \mathbf{N}$ に対して $|a_{n+2} - a_{n+1}| \leq \theta |a_{n+1} - a_n|$ が成り立つことを示せ.
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の極限值を求めよ.

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n := \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

で定める. このとき, 次式が成り立つことを証明せよ.

- (1) $|a_{2n} - a_n| \geq \frac{1}{2} \quad (\forall n \in \mathbf{N})$
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$