練習問題4 (数学3 A) May 27, 2020 (Wed.)

$\boxed{1}$ $a_1 = 1$ および $a_{n+1} = (a_n + 1)^{-1}$ で定まる数列 $\{a_n\}$ に対して次の問いに答えよ．

(1) （n に無関係な）定数 $\theta \in [0,1)$ が存在して，任意の $n \in \mathbf{N}$ に対して $|a_{n+2} - a_{n+1}| \leq \theta |a_{n+1} - a_n|$ が成り立つことを示せ．

(2) 数列 $\{a_n\}$ の極限値を求めよ．

$\boxed{2}$ 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n := \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

で定める．このとき，次式が成り立つことを証明せよ．

(1) $|a_{2n} - a_n| \geq \frac{1}{2} \quad (\forall n \in \mathbf{N})$

(2) $\lim_{n \to \infty} a_n = +\infty$