

- 1 以下で定義されるベクトル値関数  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (u_1(\mathbf{x}), u_2(\mathbf{x}), u_3(\mathbf{x}))$  の発散  $\operatorname{div} \mathbf{u}(\mathbf{x})$  および回転  $\operatorname{rot} \mathbf{u}(\mathbf{x})$  を求めよ.

(1)  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^\alpha} \quad (\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3, \mathbf{x} \neq \mathbf{0}, \alpha \in \mathbf{R})$

(2)  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \times \mathbf{x} \quad (\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3), \mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3) \in \mathbf{R}^3, \times \text{は外積})$

- 2  $\mathbf{u} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3, f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$  を共に  $C^2$  級とする. このとき, 以下の等式を証明せよ.

(1)  $\operatorname{div}(\operatorname{grad} f) = \Delta f$

(2)  $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \mathbf{u}) = 0$

(3)  $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} f) = \mathbf{0}$

(4)  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{u}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{u}) - \Delta \mathbf{u}$

#### レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. (学事センターにある所定の表紙を使う必要はない.) 表紙には科目名, 問題番号, 学籍番号, 氏名, 所属学科を記入すること. レポートの左上をホチキス留めすること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- Word,  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  等は使用せず, 手書きで, 丁寧な字で作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.