

1 以下の2重積分を計算せよ。ただし、 p, q は定数、 a は正定数とする。

$$(1) \iint_D xy \, dx dy, \quad D = \{(x, y); x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

$$(2) \iint_D (px^2 + qy^2) \, dx dy, \quad D = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

$$(3) \iint_D (x^2 + y^2)^{1/2} \, dx dy, \quad D = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 2ax\}$$

2 2重積分

$$I := \iint_D \exp\left(\frac{x-y}{x+y}\right) \, dx dy, \quad D = \{(x, y); 0 < y < 1, 0 < x < 1-y\}$$

において $u = x + y, v = x - y$ により積分変数を (x, y) から (u, v) に変換する。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 変数変換のヤコビ行列式 $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$ を求めよ。

(2) 積分 I の値を求めよ。