

1 以下で与えられる \mathbf{R} 上の関数 u_1, u_2 が一次独立であることを示せ.

$$(1) u_1(x) = e^{\lambda_1 x}, u_2(x) = e^{\lambda_2 x} \quad (\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbf{C}, \lambda_1 \neq \lambda_2)$$

$$(2) u_1(x) = e^{\lambda x}, u_2(x) = xe^{\lambda x} \quad (\lambda \in \mathbf{C})$$

2 f を閉区間 $[0, 1]$ 上の連続関数とする. このとき, 次の $u = u(x)$ に対する常微分方程式の境界値問題の解を求めよ.

$$\begin{cases} u'(x) + 2xu(x) = f(x) & (0 < x < 1) \\ u(0) = u(1) \end{cases}$$