

- 1 区間 I で定義された関数 f に対して, ある定数 $L \geq 0$ が存在し, 任意の $x, y \in I$ に対して $|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$ が成り立つとき, f は I で Lipschitz (リプシッツ) 連続であるという. f が I で Lipschitz 連続ならば, I で一様連続であることを示せ.
- 2 以下で定められる関数 f が区間 I で一様連続であるかどうかを判定せよ.
- (1) $f(x) = \sin \frac{1}{x}, \quad I = (0, \infty)$
 - (2) $f(x) = x \sin \frac{1}{x}, \quad I = (0, 1]$
 - (3) $f(x) = x^2, \quad I = [0, \infty)$