

1  $u$  に関する  $n$  階斉次線形常微分方程式

$$u^{(n)} + a_1(x)u^{(n-1)} + a_2(x)u^{(n-2)} + \cdots + a_n(x)u = 0 \quad (*)$$

の解全体からなる集合を

$$X := \{u \in C^n(\mathbf{R}) \mid u = u(x) \text{ は } (*) \text{ の解}\}$$

とおく. このとき,  $X$  は  $C^n(\mathbf{R})$  の線形部分空間であること, すなわち,  $u_1, u_2 \in X$ ,  $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$  ならば  $c_1u_1 + c_2u_2 \in X$  となることを示せ.

2  $u_1, \dots, u_n \in C^{n-1}(\mathbf{R})$  に対する Wronskian を  $W(x)$  とする. すなわち,

$$W(x) = \det \begin{pmatrix} u_1(x) & u_2(x) & \cdots & u_n(x) \\ u_1'(x) & u_2'(x) & \cdots & u_n'(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1^{(n-1)}(x) & u_2^{(n-1)}(x) & \cdots & u_n^{(n-1)}(x) \end{pmatrix}$$

このとき, ある  $x_0 \in \mathbf{R}$  に対して  $W(x_0) \neq 0$  ならば,  $u_1, \dots, u_n$  は一次独立であることを示せ.

#### レポート作成上の注意

- A4版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. (学事センターにある所定の表紙を使う必要はない.) 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名, 所属学科を記入すること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, TEX等は使用せず, 手書きで(丁寧な字で)作成すること.
- レポートは11月28日の講義終了後に回収する.