

1 $c \in \mathbf{R}$ および $f, g \in C^2(\mathbf{R})$ に対して, 関数 $u = u(x, t)$ ($x, t \in \mathbf{R}$) を

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

で定義する. このとき, u は次の 1 次元波動方程式を満たすことを示せ.

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}.$$

2 $\mathbf{R}^n \setminus \{0\}$ 上の関数 $E = E(x)$ ($x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$) を

$$E(x) = \begin{cases} \log |x| & (= \log \sqrt{x_1^2 + x_2^2}) & \text{if } n = 2, \\ |x|^{2-n} & (= (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)^{(2-n)/2}) & \text{if } n \geq 3 \end{cases}$$

で定義する. このとき, E は次の Laplace 方程式を満たすことを示せ.

$$\Delta E = 0.$$

3 $\kappa > 0$ とする. $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ および $t > 0$ の関数 $G = G(x, t)$ を

$$G(x, t) = \frac{1}{(4\kappa t)^{n/2}} e^{-\frac{|x|^2}{4\kappa t}}$$

で定義する. このとき, G は次の熱方程式を満たすことを示せ.

$$G_t = \kappa \Delta G.$$

レポート作成上の注意

- A4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること. レポートの左上をホチキス留めすること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, TeX 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.

関数方程式概論の HP の URL

http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/FE_2016.html