

1 \mathbf{R} 上で定義された C^1 級関数 f は, 任意の閉区間 $I = [a, b]$ で一様連続であることを, 教科書の定理 5.4 を使わずに示せ. (ヒント: f' は I で有界であることを示す & 平均値の定理)

2 区間 I で定義された関数 f が次の性質を持つとする:

「ある正数 ε_0 および区間 I における数列 $\{x_n\}$ および $\{y_n\}$ が存在して,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n - y_n| = 0 \quad \text{および} \quad |f(x_n) - f(y_n)| \geq \varepsilon_0 \quad (\forall n \in \mathbf{N})$$

が成り立つ。」

このとき, f は I で一様連続ではないことを示せ.

(これより, f が I で一様連続でないことを証明するためには, 上の性質をもつ数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を構成すればよいことが分かる.)

レポート作成上の注意

- A4版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. (学事センターにある所定の表紙を使う必要はない.) 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること. レポートの左上をホチキス留めすること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.