

- 1 以下で定義されるベクトル値関数 $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (u_1(\mathbf{x}), u_2(\mathbf{x}), u_3(\mathbf{x}))$ の発散 $\operatorname{div} \mathbf{u}(\mathbf{x})$ および回転 $\operatorname{rot} \mathbf{u}(\mathbf{x})$ を求めよ .

$$(1) \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^\alpha} \quad (\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3, \mathbf{x} \neq \mathbf{0}, \alpha \in \mathbf{R})$$

$$(2) \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \times \mathbf{x} \quad (\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3), \mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3) \in \mathbf{R}^3, \times \text{は外積})$$

- 2 $\mathbf{u} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3, f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ を共に C^2 級とする . このとき , 以下の等式を証明せよ .

$$(1) \operatorname{div}(\operatorname{grad} f) = \Delta f$$

$$(2) \operatorname{div}(\operatorname{rot} \mathbf{u}) = 0$$

$$(3) \operatorname{rot}(\operatorname{grad} f) = \mathbf{0}$$

$$(4) \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{u}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{u}) - \Delta \mathbf{u}$$

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し , 表紙を付けること . 表紙には科目名 , レポート番号 , 学籍番号 , 氏名 , 所属学科を記入すること (学事センターにある所定の表紙を使う必要はない .) レポートの左上をホチキス留めすること .
- 最終的な答えだけでなく , 途中計算を分かりやすく説明すること .
- ワードプロ , $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 等は使用せず , 手書きで (丁寧な字で) 作成すること .
- レポートは次回の講義終了後に回収する .