

- 1 周期境界条件の下で, 次の $u(x, t)$ ($x \in \mathbf{R}, t > 0$) に対する KdV 方程式を考える.

$$\begin{aligned}u_t + uu_x + u_{xxx} &= 0, & x \in \mathbf{R}, t > 0, \\u(x+1, t) &= u(x, t), & x \in \mathbf{R}, t > 0.\end{aligned}\tag{0.1}$$

$u(x, t)$ を (0.1) の滑らかな解とすると, 以下の問いに答えよ.

- (1) 任意の自然数 n に対して, 次式が成り立つことを示せ.

$$(\partial_x^n u)(1, t) = (\partial_x^n u)(0, t), \quad t > 0$$

- (2) 以下の量が時間に依らない保存量であることを示せ.

$$\begin{aligned}\text{(i)} & \int_0^1 u(x, t) dx \\ \text{(ii)} & \int_0^1 (u(x, t))^2 dx \\ \text{(iii)} & \int_0^1 \left\{ (u_x(x, t))^2 - \frac{1}{3} (u(x, t))^3 \right\} dx\end{aligned}$$

レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること. 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること. レポートの左上をホチキス留めすること.
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワードプロ, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.