

1 次の  $u = u(x, t)$  に対する熱方程式の初期値–境界値問題を考える .

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + f(x, t) & x > 0, t > 0, \\ u = \varphi(t) & x = 0, t > 0, \\ u = u_0(x) & x > 0, t = 0. \end{cases}$$

ただし,  $f \in C^\infty([0, \infty) \times [0, \infty))$ ,  $\varphi, u_0 \in C^\infty([0, \infty))$  とする . このとき, 以下の問いに答えよ .

- (1) この初期値–境界値問題の解  $u$  で  $u \in C^0([0, \infty) \times [0, \infty))$  を満たすもの (i.e.,  $x = 0, t = 0$  まで込めて連続である解) が存在するための必要条件を求められるだけ求めなさい .
- (2) この初期値–境界値問題の解  $u$  で  $u \in C^2([0, \infty) \times [0, \infty))$  を満たすもの (i.e.,  $x = 0, t = 0$  まで込めて  $u$  およびその 1 階と 2 階の偏導関数が全て連続である解) が存在するための必要条件を求められるだけ求めなさい .
- (3) この初期値–境界値問題の解  $u$  で  $u \in C^\infty([0, \infty) \times [0, \infty))$  を満たすもの (i.e.,  $x = 0, t = 0$  まで込めて  $u$  およびその全ての偏導関数が連続である解) が存在するための必要条件を求められるだけ求めなさい .

#### レポート作成上の注意

- A 4 版のレポート用紙を使用し, 表紙を付けること . 表紙には科目名, レポート番号, 学籍番号, 氏名を記入すること . レポートの左上をホチキス留めすること .
- 最終的な答えだけでなく, 途中計算を分かりやすく説明すること .
- ワードプロ,  $\text{T}_\text{E}_\text{X}$  等は使用せず, 手書きで (丁寧な字で) 作成すること .
- レポートは次回の講義終了後に回収する .

#### 関数方程式概論のHPのURL

[http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/FE\\_2015.html](http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/Lectures/FE_2015.html)