レポート問題１１ (数学解析第１)　　　　Jul. 3, 2013 (Wed.)

$\boxed{1}$ 次の線積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\oint_C y^2 \mathrm{d}s$; C は領域 $\{(x,y)\,;\,x^2+y^2<1,\,x>0\}$ の境界

(2) $\displaystyle\int_C (xy+yz+zx)\mathrm{d}s$; $C: x=t, y=1-t, z=t^2$ $(0\le t\le 1)$

$\boxed{2}$ C は原点 $(x,y)=(0,0)$ を中心とする単位円周で，原点を左に見て周るように向き付けられているとし，

$$\boldsymbol{u}(x,y)=\big(u_1(x,y),u_2(x,y)\big)=\left(-\frac{y}{x^2+y^2},\frac{x}{x^2+y^2}\right)$$

とする．このとき，

(1) ベクトル場 $\boldsymbol{u}$ の C 上の線積分 $\displaystyle\int_C u_1\mathrm{d}x+u_2\mathrm{d}y$ を計算せよ.

(2) 以下の議論の間違いを指摘せよ：

$$\frac{\partial u_2}{\partial x}(x,y)=\frac{1}{x^2+y^2}-\frac{2x^2}{(x^2+y^2)^2}$$
$$\frac{\partial u_1}{\partial y}(x,y)=-\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{2y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

より

$$\frac{\partial u_2}{\partial x}(x,y)-\frac{\partial u_1}{\partial y}(x,y)\equiv 0$$

したがって，B を原点を中心とする単位円の内部（C の内部）とすると Green の定理より

$$\int_C u_1\mathrm{d}x+u_2\mathrm{d}y=\iint_B\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}-\frac{\partial u_1}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0$$

レポート作成上の注意

- Ａ４版のレポート用紙を使用し，表紙を付けること．表紙には科目名，レポート番号，学籍番号，氏名，所属学科を記入すること.（学事センターにある所定の表紙を使う必要はない.）レポートの左上をホチキス留めすること.
- 最終的な答えだけでなく，途中計算を分かりやすく説明すること.
- ワープロ，TEX 等は使用せず，手書きで（丁寧な字で）作成すること.
- レポートは次回の講義終了後に回収する.

休講のお知らせ

７月１０日（水）の数学解析第１の講義は休講とします.

補講のお知らせ

- 日時：７月１７日（水）１０時４５分〜１２時１５分
７月１８日（木）１３時００分〜１４時３０分
- 講義室：第４校舎３３教室（いつもと同じ部屋）